УДК 681.5.015:007

Г. Б. Ракитянська, к. т. н., доц.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ НА ОСНОВІ НЕЧІТКИХ ЛОГІЧНИХ РІВНЯНЬ І ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ

Розглядається відновлення входів за спостережуваними виходами на основі нечітких правил з відношеннями ЯКЩО – ТО. Суть запропонованого підходу полягає у формулюванні і розв'язанні відповідних задач оптимізації, які знаходять корені нечітких логічних рівнянь і здійснюють настройку нечіткої моделі за доступними експериментальними даними.

Ключові слова*: обернена задача, нечіткі правила з відношеннями ЯКЩО – ТО, розв'язання нечітких логічних рівнянь, настройка нечіткої моделі, генетичні алгоритми.*

Вступ

Широкий клас задач, що виникають у техніці, медицині й інших областях, належать до класу обернених задач [1]. Суть оберненої задачі полягає в наступному. Відома залежність ***Y=f(X)***, що зв'язує вектор ***X*** неспостережуваних параметрів з вектором ***Y*** спостережуваних параметрів. Необхідно за відомих значень вектора ***Y*** відновити невідомі значення вектора ***X***. Типовим представником оберненої задачі є задача медичної і технічної діагностики, яка зводиться до відновлення невідомих причин або діагнозів за спостережуваними наслідками або симптомами. У тих випадках, коли для побудови причинно-наслідкових зв'язків залучається досвід експертів, залежність між неспостережуваними і спостережуваними параметрами можна моделювати засобами теорії нечітких множин: нечіткими відношеннями і нечіткими правилами ЯКЩО – ТО [2]. Найбільш розвинутими є аналітичні [3, 4] і числові [5 – 7] методи розв'язання обернених задач діагностики на основі нечітких відношень і композиційного правила виведення Заде. У цій статті пропонується підхід до розв'язання оберненої задачі на основі опису залежності ***Y=f(X)*** за допомогою нечітких правил з відношеннями ЯКЩО – ТО. Такі правила дозволяють просто і природно описувати складні комбінації в причинно-наслідкових зв'язках, які важко моделюються нечіткими відношеннями між окремими термами [6, 7]. Проблема полягає не тільки в розв'язанні системи нечітких логічних рівнянь, які відповідають правилам ЯКЩО – ТО, але й в підборі таких форм функцій належності нечітких термів і таких ваг нечітких правил, які забезпечують найбільшу близькість між модельними і реальними виходами об'єкта.

Суть запропонованого підходу полягає у формулюванні і розв'язанні відповідних задач оптимізації, які, з одного боку, знаходять корені нечітких логічних рівнянь, а з другого, – здійснюють настройку нечіткої моделі за доступними експериментальними даними. Для розв'язання поставлених задач оптимізації пропонуються генетичні алгоритми.

1. Нечітка модель об'єкта

Зв'язок «входи $(x_1,...,x_n)$ – виходи $y_1,...,y_m)$» можна представити у вигляді експертної матриці знань (табл. 1). Цій матриці відповідає нечітка база знань:

$$\text{ЯКЩО } X = A_1 \text{ з вагою } w_{11} \text{ АБО} \ldots\ X = A_K \text{ з вагою } w_{K1} \text{ ТО } Y = B_1;$$

$$\ldots$$

$$\text{ЯКЩО } X = A_1 \text{ з вагою } w_{1Q} \text{ АБО} \ldots\ X = A_K \text{ з вагою } w_{KQ} \text{ ТО } Y = B_Q, \quad (1)$$

де $A_l = \langle a_{1l},...,a_{nl} \rangle$ і $B_p = \langle b_{1p},...,b_{mp} \rangle$ – комбінації вхідних і вихідних термів, $l = \overline{1,K}$, $p = \overline{1,Q}$; a_{il} і b_{jp} – нечіткі терми, які описують змінні x_i і y_j у вхідних і вихідних комбінаціях A_l і

B_p; w_{lp} – вага правила, тобто число в інтервалі [0, 1], яке відображає ступінь впливу комбінації A_l на виникнення комбінації B_p; K і Q – число комбінацій вхідних і вихідних термів.

Задача оберненого логічного виведення формулюється так: за спостережуваними значеннями вихідних змінних $(y_1^*,..., y_m^*)$ необхідно відновити значення вхідних змінних $(x_1^*,..., x_n^*)$. Відновлення входів зводиться до розв'язання системи нечітких логічних рівнянь, яка випливає з (1):

$$\max_{l=\overline{1,K}}\left(\min\left[\mu^{A_l}(X), w_{l1}\right] \right) = \min_{j=\overline{1,m}}\left[\mu^{b_{j1}}(y_j)\right]$$

$$\ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots$$

$$\max_{l=\overline{1,K}}\left(\min\left[\mu^{A_l}(X), w_{lQ}\right] \right) = \min_{j=\overline{1,m}}\left[\mu^{b_{jQ}}(y_j)\right], \tag{2}$$

де

$$\min_{i=\overline{1,n}}\left[\mu^{a_{i1}}(x_i)\right] = \mu^{A_1}$$

$$\ldots$$

$$\min_{i=\overline{1,n}}\left[\mu^{a_{iK}}(x_i)\right] = \mu^{A_K}. \tag{3}$$

Таблиця 1

Нечітка база знань

ТО виходи					B_1	…	B_Q
				y_1	b_{11}	…	b_{1Q}
				…	…	…	…
ЯКЩО входи				y_m	b_{m1}	…	b_{mQ}
	x_1	…	x_n	Вага			
A_1	a_{11}	…	a_{n1}		w_{11}	…	w_{1Q}
	…	…	…		…	…	…
A_K	a_{1K}	…	a_{nK}		w_{K1}	…	w_{KQ}

Тут $\mu^{a_{il}}(x_i)$ і $\mu^{b_{jp}}(y_j)$ – функції належності змінних x_i і y_j до нечітких термів a_{il} і b_{jp}; $\mu^{A_l}(X)$ – функція належності вектора $\boldsymbol{X}$ до комбінації вхідних термів A_l, $l = \overline{1,K}$.

Використання нечітких логічних рівнянь передбачає наявність функцій належності нечітких термів. Будемо використовувати таку функцію належності нечіткого терму T:

$$\mu^T(u) = \frac{1}{1+\left(\frac{u-\beta}{\sigma}\right)^2}, \tag{4}$$

де β – координата максимуму функції, $\mu^T(\beta) = 1$; σ – параметр концентрації-розтягнення.

Співвідношення (2) – (4) визначають загальну нечітку модель об'єкта таким чином:

$$F_Y(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{W}, \boldsymbol{B}_C, \boldsymbol{\Omega}_C) = \boldsymbol{\mu}^B(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{B}_E, \boldsymbol{\Omega}_E), \tag{5}$$

де $\boldsymbol{\mu}^B$ – вектор мір значимостей комбінацій вихідних термів; $\boldsymbol{W}=(w_{11},...,w_{K1},...,w_{1Q},...,w_{KQ})$ – матриця ваг; $\boldsymbol{B}_C=(\beta^{C_1},...,\beta^{C_N})$ і $\boldsymbol{\Omega}_C=(\sigma^{C_1},...,\sigma^{C_N})$ – вектори β- і σ-параметрів функцій належності нечітких термів вхідних змінних $C_1, \ldots, C_N$; $\boldsymbol{B}_E=(\beta^{E_1},...,\beta^{E_M})$ і $\boldsymbol{\Omega}_E=(\sigma^{E_1},...,\sigma^{E_M})$ – вектори β- і σ-параметрів функцій належності нечітких термів вихідних змінних $E_1, \ldots, E_M$; N і M – загальна кількість термів вхідних і вихідних змінних; F_Y – оператор зв'язку „входи – виходи", що відповідає формулам (2) – (4).

2. Розв'язання системи нечітких логічних рівнянь

Відповідно до підходу [5 – 7], задача розв'язання системи нечітких логічних рівнянь (2) формулюється так. Знайти вектор мір значимостей вхідних термів $\boldsymbol{\mu}^C=(\mu^{C_1},...,\mu^{C_N})$, який задовольняє обмеження $\mu^{C_I}\in[0,1]$, $\mathrm{I}=\overline{1,\mathrm{N}}$ і забезпечує найменшу відстань між модельними і спостережуваними мірами значимостей комбінацій вихідних термів:

$$F=\sum_{p=1}^{Q}\left[\max_{l=\overline{1,K}}\left(\min\left(\mu^{A_l}(\boldsymbol{X}),w_{lp}\right)\right)-\mu^{B_p}(\boldsymbol{Y})\right]^2=\min_{\boldsymbol{\mu}^C}. \tag{6}$$

Згідно [3, 4] множина розв'язків $S(\boldsymbol{W},\boldsymbol{\mu}^B)$ системи (2) визначається єдиним максимальним розв'язком $\overline{\boldsymbol{\mu}}^A$ і множиною мінімальних розв'язків $S^*(\boldsymbol{W},\boldsymbol{\mu}^B)=\left\{\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A,\ t=\overline{1,T}\right\}$:

$$S(\boldsymbol{W},\boldsymbol{\mu}^B)=\bigcup_{\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A\in S^*}\left[\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A,\overline{\boldsymbol{\mu}}^A\right]. \tag{7}$$

Тут $\overline{\boldsymbol{\mu}}^A=(\overline{\mu}^{A_1},...,\overline{\mu}^{A_K})$ і $\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A=(\underline{\mu}_t^{A_1},...,\underline{\mu}_t^{A_K})$ – вектори верхніх і нижніх границь мір значимості вхідних комбінацій A_l, де операція об'єднання виконується над усіма $\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A\in S^*(\boldsymbol{W},\boldsymbol{\mu}^B)$.

Кожному інтервальному розв'язку $\left[\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A,\overline{\boldsymbol{\mu}}^A\right]$, $t=\overline{1,T}$ системи (2) відповідає множина розв'язків $D_t\left(\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A,\overline{\boldsymbol{\mu}}^A\right)$ системи (3), яка визначається єдиним мінімальним розв'язком $\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^C$ і множиною максимальних розв'язків $D_t^*\left(\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A,\overline{\boldsymbol{\mu}}^A\right)=\left\{\overline{\boldsymbol{\mu}}_{th}^C,h=\overline{1,H_t}\right\}$:

$$D_t^*\left(\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A,\overline{\boldsymbol{\mu}}^A\right)=\bigcup_{\overline{\boldsymbol{\mu}}_{th}^C\in D_t^*}\left[\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^C,\overline{\boldsymbol{\mu}}_{th}^C\right]. \tag{8}$$

Тут $\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^C=(\underline{\mu}_t^{C_1},...,\underline{\mu}_t^{C_N})$ і $\overline{\boldsymbol{\mu}}_{th}^C=(\overline{\mu}_{th}^{C_1},...,\overline{\mu}_{th}^{C_N})$ – вектори нижніх і верхніх границь ступенів належності входів до термів C_I, де операція об'єднання виконується над усіма $\overline{\boldsymbol{\mu}}_{th}^C\in D_t^*\left(\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A,\overline{\boldsymbol{\mu}}^A\right)$.

На основі співвідношень (7) і (8) множина розв'язків системи (2) визначається так:

$$\widetilde{D}(\boldsymbol{W},\boldsymbol{\mu}^A,\boldsymbol{\mu}^B)=\bigcup_{\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A\in S^*(\boldsymbol{W},\boldsymbol{\mu}^B)}D_t\left(\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A,\overline{\boldsymbol{\mu}}^A\right). \tag{9}$$

Формування множини розв'язків (9) починається з пошуку нульового розв'язку $\boldsymbol{\mu}_0^C=(\mu_0^{C_1},...,\mu_0^{C_N})$ задачі оптимізації (6) за допомогою генетичного алгоритму [5 – 7].

Нульовому розв'язку $\boldsymbol{\mu}_0^C$ відповідає модифікований нечіткий вектор $\boldsymbol{\mu}_0^B=(\mu_0^{B_1},...,\mu_0^{B_Q})$, який забезпечує аналітичну розв'язуваність систем нечітких логічних рівнянь (2) і (3). Формування множини розв'язків $S(\boldsymbol{W},\boldsymbol{\mu}_0^B)$ для модифікованого вектора $\boldsymbol{\mu}_0^B$ здійснюється за допомогою точних аналітичних методів, реалізованих в програмних додатках MATLAB [4].

3. Настройка нечіткої моделі

Нехай навчальна вибірка задана у вигляді L пар експериментальних даних: $\left\langle \hat{\boldsymbol{X}}_k, \hat{\boldsymbol{Y}}_k \right\rangle$, $k=\overline{1,L}$, де $\hat{\boldsymbol{X}}_k=\left(\hat{x}_1^k,...,\hat{x}_n^k\right)$ і $\hat{\boldsymbol{Y}}_k=\left(\hat{y}_1^k,...,\hat{y}_m^k\right)$ – вектори значень вхідних і вихідних змінних в експерименті з номером k. Суть настройки полягає в підборі таких нульових розв'язків $\boldsymbol{\mu}_0^C(\hat{x}_1^k,...,\hat{x}_n^k)$ оберненої задачі, які мінімізують критерій (6) для всіх точок навчальної вибірки.

$$\sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{L}}\left[F_Y(\boldsymbol{\mu}_0^C(\hat{x}_1^k,...,\hat{x}_n^k))-\hat{\boldsymbol{\mu}}^B(\hat{y}_1^k,...,\hat{y}_m^k)\right]^2=\min.$$

Іншими словами, необхідно знайти такий вектор ваг $\boldsymbol{W}$ і такі вектори параметрів функцій належності $\boldsymbol{B}_C,\boldsymbol{\Omega}_C,\boldsymbol{B}_E,\boldsymbol{\Omega}_E$, які забезпечують мінімальну відстань між модельними й експериментальними векторами мір значимостей комбінацій вихідних термів:

$$\sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{L}}\left[F_Y(\hat{\boldsymbol{X}}_\mathrm{k},\boldsymbol{W},\boldsymbol{B}_\mathrm{C},\boldsymbol{\Omega}_\mathrm{C})-\hat{\boldsymbol{\mu}}^B(\hat{\boldsymbol{Y}}_k,\boldsymbol{B}_\mathrm{E},\boldsymbol{\Omega}_\mathrm{E})\right]^2=\min_{\boldsymbol{W},\boldsymbol{B}_C,\boldsymbol{\Omega}_C,\boldsymbol{B}_E,\boldsymbol{\Omega}_E}. \tag{10}$$

У генетичному алгоритмі розв'язання задачі оптимізації (10) хромосома визначається як вектор кодів параметрів $\boldsymbol{W}$, $\boldsymbol{B}_C,\boldsymbol{\Omega}_C,\boldsymbol{B}_E,\boldsymbol{\Omega}_E$, а функція відповідності будується на основі критерію (10).

4. Комп'ютерний експеримент

Мета експерименту полягала у відновленні еталонної моделі "два входи (x_1,x_2) – два виходи (y_1,y_2)", яка представлена на рис. 1:

$$y_1=f_1(x_1,x_2)=((2z_1-0{,}9)\ (7z_1-1)\ (17z_2-19)\ (15z_2-2))/10,$$

$$y_2=f_2(x_1,x_2)=-y_1+3.4,$$

де

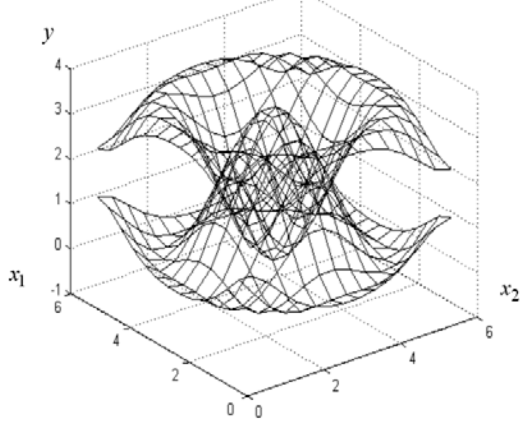
$$z_1=\left((x_1-2{,}9)^2+(x_2-2{,}9)^2\right)/39,$$

$$z_2=(x_1-3{,}1)^2+(x_2-3{,}1)^2/41.$$

Цій моделі відповідають нечіткі правила ЯКЩО – ТО з табл. 2, де входи і виходи описувались нечіткими термами: *Низький* C_1 *(L)*, *Середній* C_2 *(A)*, *Високий* C_3 *(H)* для x_1; C_4 *(L)*, C_5 *(A)*, C_6 *(H)* для x_2; E_1*=вище Низького* (*hL*), E_2*= нижче Середнього (lA)*, E_3*=Високий (H)* для y_1; E_4*=Низький (L)*, E_5*=вище Середнього (hA)*, E_6*=нижче Високого (lH)* для y_2.

Матриця ваг формувалась на основі методу парних порівнянь [6, 7]. Результати настройки нечіткої моделі представлені в табл. 3.

Результати розв'язання задачі оберненого виведення після настройки приведені на рис. 2. Там же показані функції належності нечітких термів вхідних і вихідних змінних після настройки.



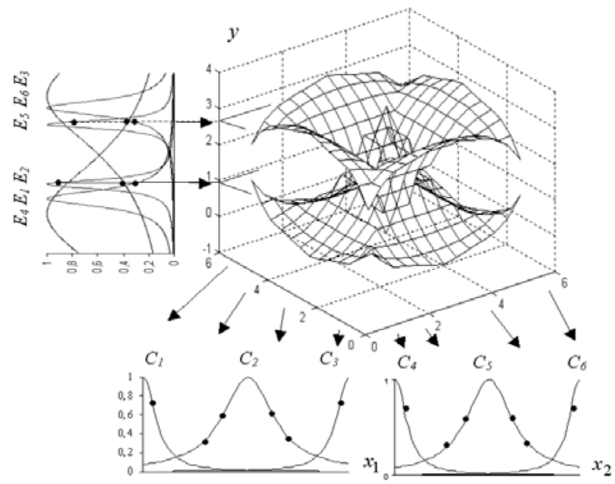


Рис. 1. Модель-генератор «Входи – виходи» Рис. 2. Розв'язання задачі оберненого виведення після настройки

Таблиця 3

Параметри функцій належності нечітких термів після настройки

Параметр	Нечіткі терми вхідних змінних						Параметр	Нечіткі терми вихідних змінних					
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6		E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
β -	0.03	3.04	5.97	0.02	3.05	5.96	β -	0.52	0.91	3.35	0.10	2.57	3.03
σ -	0.41	0.82	0.39	0.43	0.9	0.4	σ -	0.28	0.16	1.95	1.93	0.14	0.26

Нечіткі логічні рівняння після настройки мають вигляд:

$$(\mu^{A_1} \wedge 0.60) \vee (\mu^{A_2} \wedge 1.00) \vee (\mu^{A_3} \wedge 0.60) \vee (\mu^{A_4} \wedge 1.00) \vee (\mu^{A_5} \wedge 0.06) \vee$$

$$\vee (\mu^{A_6} \wedge 1.00) \vee (\mu^{A_7} \wedge 0.60) \vee (\mu^{A_8} \wedge 1.00) \vee (\mu^{A_9} \wedge 0.60) = \mu^{E_1} \wedge \mu^{E_6}$$

$$(\mu^{A_1} \wedge 1.00) \vee (\mu^{A_2} \wedge 0.52) \vee (\mu^{A_3} \wedge 1.00) \vee (\mu^{A_4} \wedge 0.52) \vee (\mu^{A_5} \wedge 0.19) \vee$$

$$\vee (\mu^{A_6} \wedge 0.52) \vee (\mu^{A_7} \wedge 1.00) \vee (\mu^{A_8} \wedge 0.52) \vee (\mu^{A_9} \wedge 1.00) = \mu^{E_2} \wedge \mu^{E_5}$$

$$(\mu^{A_1} \wedge 0.34) \vee (\mu^{A_2} \wedge 0.06) \vee (\mu^{A_3} \wedge 0.34) \vee (\mu^{A_4} \wedge 0.06) \vee (\mu^{A_5} \wedge 1.00) \vee$$

$$\vee (\mu^{A_6} \wedge 0.06) \vee (\mu^{A_7} \wedge 0.34) \vee (\mu^{A_8} \wedge 0.06) \vee (\mu^{A_9} \wedge 0.34) = \mu^{E_3} \wedge \mu^{E_4}, \quad (11)$$

де

$$\mu^{C_1} \wedge \mu^{C_4} = \mu^{A_1}$$

$$\mu^{C_2} \wedge \mu^{C_4} = \mu^{A_2}$$

$$\mu^{C_3} \wedge \mu^{C_4} = \mu^{A_3}$$

$$\mu^{C_1} \wedge \mu^{C_5} = \mu^{A_4}$$

$$\mu^{C_2} \wedge \mu^{C_5} = \mu^{A_5}$$

$$\mu^{C_3} \wedge \mu^{C_5} = \mu^{A_6}$$

$$\mu^{C_1} \wedge \mu^{C_6} = \mu^{A_7}$$

$$\mu^{C_2} \wedge \mu^{C_6} = \mu^{A_8}$$

$$\mu^{C_3} \wedge \mu^{C_6} = \mu^{A_9}. \quad (12)$$

Таблиця 2

Нечітка матриця знань для моделі-еталону

ТО виходи / ЯКЩО входи				B_1	B_2	B_3
			y_1	lA	hL	H
			y_2	hA	lH	L
	x_1	x_2	**Вага**			
A_1, A_3, A_7, A_9	L (H)	L(H)		0.67	1.00	0.44
A_2, A_4	A (L)	L(A)		1.00	0.50	0.11
A_6, A_8	H (A)	A(H)				
A_5	A	A		0.11	0.17	1.00

Нехай конкретні значення виходів складають y_1^*=0.95 і y_2^*=2.65. Для цих значень за допомогою функцій належності на рис. 2 були визначені міри значимості вихідних термів: $\mu^{E_1}(y_1^*)$=0.30; $\mu^{E_2}(y_1^*)$=0.94; $\mu^{E_3}(y_1^*)$=0.40; $\mu^{E_4}(y_2^*)$=0.36; $\mu^{E_5}(y_2^*)$=0.75; $\mu^{E_6}(y_2^*)$=0.32.

Вектор мір значимостей комбінацій вихідних термів склав:

$$\boldsymbol{\mu}^B(Y^*) = (\mu^{B_1} = 0.30;\ \mu^{B_2} = 0.75;\ \mu^{B_3} = 0.36).$$

За допомогою генетичного алгоритму був отриманий нульовий розв’язок

$$\boldsymbol{\mu}_0^C = (\mu_0^{C_1} = 0.91, \mu_0^{C_2} = 0.43, \mu_0^{C_3} = 0.80, \mu_0^{C_4} = 0.75, \mu_0^{C_5} = 0.36, \mu_0^{C_6} = 0.75),$$

якому відповідає модифікований нечіткий вектор

$$\boldsymbol{\mu}_0^B = (\mu_0^{B_1} = 0.60, \mu_0^{B_2} = 0.75, \mu_0^{B_3} = 0.36),$$

тобто значення критерію оптимізації (9) склало F=0.0900.

За допомогою MATLAB-додатку ***solve_flse.m*** [4] для модифікованого вектора $\boldsymbol{\mu}_0^B$ було сформовано множину розв’язків $S(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\mu}_0^B)$ системи (11), яка визначається максимальним розв’язком $\bar{\boldsymbol{\mu}}^A$ і чотирма мінімальними розв’язками $S^* = \{\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A, t = \overline{1, 4}\}$:

$$S(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\mu}_0^B) = \bigcup_{t=1,\dots,4} [\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A, \bar{\boldsymbol{\mu}}^A] = \{\mu^{A_2} = \mu^{A_4} = \mu^{A_6} = \mu^{A_8} \in [0, 0.6],\ \mu^{A_5} = 0.36\} \cap$$

$$\{\{\mu^{A_1} = 0.75,\ \mu^{A_3} = \mu^{A_7} = \mu^{A_9} \in [0, 0.75]\} \cup \{\mu^{A_3} = 0.75,\ \mu^{A_1} = \mu^{A_7} = \mu^{A_9} \in [0, 0.75]\} \cup$$

$$\{\mu^{A_7} = 0.75,\ \mu^{A_1} = \mu^{A_3} = \mu^{A_9} \in [0, 0.75]\} \cup \{\mu^{A_9} = 0.75,\ \mu^{A_1} = \mu^{A_3} = \mu^{A_7} \in [0, 0.75]\}\}. \quad (13)$$

Для інтервалів (13) за допомогою MATLAB-додатка ***solve_flse.m*** [4] були сформовані множини розв’язків $D_t(\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A, \bar{\boldsymbol{\mu}}^A)$, $t = \overline{1, 4}$, системи (12).

Множина розв’язків $D_1(\underline{\boldsymbol{\mu}}_1^A, \bar{\boldsymbol{\mu}}^A)$ визначається єдиним мінімальним розв’язком $\underline{\boldsymbol{\mu}}_1^C$ і чотирма максимальними розв’язками $D_1^* = \{\bar{\boldsymbol{\mu}}_{1h}^C, h = \overline{1, 4}\}$

$$D_1(\underline{\boldsymbol{\mu}}_1^A, \bar{\boldsymbol{\mu}}^A) = \bigcup_{h=1,\dots,4} [\underline{\boldsymbol{\mu}}_1^C, \bar{\boldsymbol{\mu}}_{1h}^C] = \{\mu^{C_3} \in [0, 0.75],\ \mu^{C_6} \in [0, 0.75]\} \cap$$

$$\{\{\{\mu^{C_1} = 0.75,\ \mu^{C_4} \in [0.75, 1.0]\} \cup \{\mu^{C_1} \in [0.75, 1.0],\ \mu^{C_4} = 0.75\}\} \cap$$

$$\{\{\,\mu^{C_2}=0.36,\ \mu^{C_5}\in[0.36,\,0.6]\}\cup\{\,\mu^{C_2}\in[0.36,\,0.6],\ \mu^{C_5}=0.36\}\}\}.$$

Множина розв'язків $D_2(\underline{\boldsymbol{\mu}}_2^A,\overline{\boldsymbol{\mu}}^A)$ визначається єдиним мінімальним розв'язком $\underline{\boldsymbol{\mu}}_2^C$ і чотирма максимальними розв'язками $D_2^*=\{\overline{\boldsymbol{\mu}}_{2h}^C,\,h=\overline{1,4}\}$

$$D_2(\underline{\boldsymbol{\mu}}_2^A,\overline{\boldsymbol{\mu}}^A)=\bigcup_{h=1,\ldots,4}[\underline{\boldsymbol{\mu}}_2^C,\overline{\boldsymbol{\mu}}_{2h}^C]=\{\,\mu^{C_1}\in[0,\,0.75],\ \mu^{C_6}\in[0,\,0.75]\}\,\cap$$

$$\{\{\{\,\mu^{C_3}=0.75,\ \mu^{C_4}\in[0.75,\,1.0]\}\cup\{\,\mu^{C_3}\in[0.75,\,1.0],\ \mu^{C_4}=0.75\}\}\cap$$

$$\{\{\,\mu^{C_2}=0.36,\ \mu^{C_5}\in[0.36,\,0.6]\}\cup\{\,\mu^{C_2}\in[0.36,\,0.6],\ \mu^{C_5}=0.36\}\}\}.$$

Множина розв'язків $D_3(\underline{\boldsymbol{\mu}}_3^A,\overline{\boldsymbol{\mu}}^A)$ визначається єдиним мінімальним розв'язком $\underline{\boldsymbol{\mu}}_3^C$ і чотирма максимальними розв'язками $D_3^*=\{\overline{\boldsymbol{\mu}}_{3h}^C,\,h=\overline{1,4}\}$

$$D_3(\underline{\boldsymbol{\mu}}_3^A,\overline{\boldsymbol{\mu}}^A)=\bigcup_{h=1,\ldots,4}[\underline{\boldsymbol{\mu}}_3^C,\overline{\boldsymbol{\mu}}_{3h}^C]=\{\,\mu^{C_3}\in[0,\,0.75],\ \mu^{C_4}\in[0,\,0.75]\}\,\cap$$

$$\{\{\{\,\mu^{C_1}=0.75,\ \mu^{C_6}\in[0.75,\,1.0]\}\cup\{\,\mu^{C_1}\in[0.75,\,1.0],\ \mu^{C_6}=0.75\}\}\cap$$

$$\{\{\,\mu^{C_2}=0.36,\ \mu^{C_5}\in[0.36,\,0.6]\}\cup\{\,\mu^{C_2}\in[0.36,\,0.6],\ \mu^{C_5}=0.36\}\}\}.$$

Множина розв'язків $D_4(\underline{\boldsymbol{\mu}}_4^A,\overline{\boldsymbol{\mu}}^A)$ визначається єдиним мінімальним розв'язком $\underline{\boldsymbol{\mu}}_4^C$ і чотирма максимальними розв'язками $D_4^*=\{\overline{\boldsymbol{\mu}}_{4h}^C,\,h=\overline{1,4}\}$

$$D_4(\underline{\boldsymbol{\mu}}_4^A,\overline{\boldsymbol{\mu}}^A)=\bigcup_{h=1,\ldots,4}[\underline{\boldsymbol{\mu}}_4^C,\overline{\boldsymbol{\mu}}_{4h}^C]=\{\,\mu^{C_1}\in[0,\,0.75],\ \mu^{C_4}\in[0,\,0.75]\}\,\cap$$

$$\{\{\{\,\mu^{C_3}=0.75,\ \mu^{C_6}\in[0.75,\,1.0]\}\cup\{\,\mu^{C_3}\in[0.75,\,1.0],\ \mu^{C_6}=0.75\}\}\cap$$

$$\{\{\,\mu^{C_2}=0.36,\ \mu^{C_5}\in[0.36,\,0.6]\}\cup\{\,\mu^{C_2}\in[0.36,\,0.6],\ \mu^{C_5}=0.36\}\}\}.$$

Отже, розв'язок системи нечітких логічних рівнянь (11) має вигляд:

$$\widetilde{D}(\boldsymbol{W},\boldsymbol{\mu}^A,\boldsymbol{\mu}^B)=\bigcup_{t=1,\ldots,4}D_t(\underline{\boldsymbol{\mu}}_t^A,\overline{\boldsymbol{\mu}}^A)\,. \tag{14}$$

Для кожного інтервалу в розв'язку (14) за допомогою функцій належності на рис. 2 можуть бути визначені інтервали значень вхідних змінних:

$x_1^*\in[0,\,0.27]$ або $x_1^*\in[0.27,\,6.0]$ для C_1; $x_1^*\in[1.95,\,2.37]$ або $x_1^*\in[3.71,\,4.13]$ для C_2;

$x_1^*\in[0,\,5.74]$ або $x_1^*\in[5.74,\,6.0]$ для C_3; $x_2^*\in[0,\,0.27]$ або $x_2^*\in[0.27,\,6.0]$ для C_4;

$x_2^*\in[1.85,\,2.32]$ або $x_2^*\in[3.78,\,4.25]$ для C_5; $x_2^*\in[0,\,5.73]$ або $x_2^*\in[5.73,\,6.0]$ для C_6.

Відновлення множини входів для y_1^*=0.95 і y_2^*=2.65 показано на рис. 2. Маркерами помічені значення ступенів належності входів і виходів до нечітких термів $C_1\div C_6$ і $E_1\div E_6$. Порівняння еталонних і відновлених ліній рівня для y_1^*=0.95 і y_2^*=2.65 показано на рис. 3. Підвищення точності апроксимації можливе за рахунок збільшення кількості нечітких термів, що у свою чергу, дозволить збільшити число сторін багатокутника, який апроксимує круг.

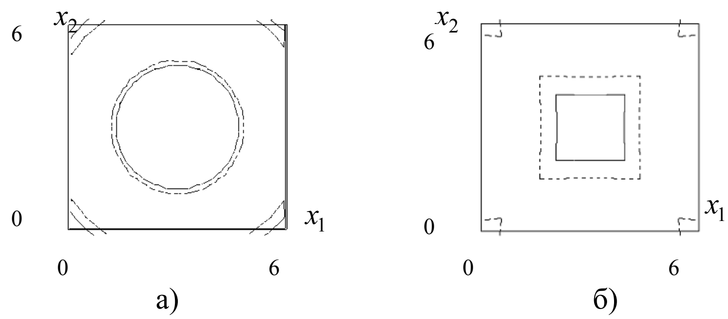


Рис. 3. Порівняння еталонних (а) і відновлених (б) ліній рівня для y_1^*=0.95 (____) і y_2^*=2.65 (_ _ _)

Висновок

У цій статті запропоновано підхід до розв’язання оберненої задачі на основі опису взаємозв’язку між неспостережуваними і спостережуваними параметрами об’єкта за допомогою нечітких правил з відношеннями ЯКЩО – ТО. Відновлення входів за спостережуваними виходами здійснюється шляхом розв’язання системи нечітких логічних рівнянь, які відповідають правилам ЯКЩО – ТО, і настройки нечіткої моделі за доступними експериментальними даними. Для розв’язання задач оптимізації запропоновано генетичні алгоритми. Ефективність запропонованих моделей і алгоритмів підтверджена комп’ютерним експериментом. Розглянутий підхід може знайти застосування в техніці, медицині, економіці й інших галузях, де виникає необхідність інтерпретації експериментальних спостережень.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1974. – 223 с.
2. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений. – М.: Мир, 1976. – 166 с.
3. Di Nola A., Sessa S., Pedrycz W., Sanchez E. Fuzzy Relation Equations and Their Applications to Knowledge Engineering. – Dordrecht: Kluwer Academic Press, 1989. – 278 p.
4. Peeva K., Kyosev Y. Fuzzy Relational Calculus Theory, Applications and Software. – World Scientific Publishing Company, 2004. – 292 p. CD-ROM http://mathworks.net
5. Ротштейн А.П., Ракитянская А.Б. Решение задач диагностики на основе нечётких отношений и генетического алгоритма // Кибернетика и системный анализ. – 2001. – № 6. – С. 162 – 170.
6. Ротштейн А.П., Ракитянская А.Б. Диагностика на основе нечетких отношений // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 12. – С. 113 – 130.
7. A. Rotshtein, H. Rakytyanska. Diagnosis Problem Solving using Fuzzy Relations // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – 2008. – Vol. 16 (3). – P. 664 – 675.

Ракитянська Ганна Борисівна – к. т. н., доцент, доцент кафедри програмного забезпечення, e-mail: h_rakit@ukr.net

Вінницький національний технічний університет.