УДК 621.3.031:510.6

Б. І. Мокін, д. т.н., проф.; В. В. Камінський, к. т. н., доц.

МЕТРИКА В ПРОСТОРІ НАПРЯМЛЕНИХ РІВНІВ НАЛЕЖНОСТІ СЛАБКО ЗАДАНИХ ПАРАМЕТРІВ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

В роботі вводиться метрика спеціального виду в просторі напрямлених рівнів належності слабких множин. Запропонована метрика дозволяє значно спростити процес моделювання й аналізу невизначених параметрів складних систем з допомогою слабких множин.

Ключові слова: *слабка множина, належність, напрямленість, метрика, напрямлений рівень, напрямлена вісь.*

У роботах [1 – 6] автори запропонували новий підхід до моделювання складних систем на основі розроблюваного ними апарату теорії слабких множин, який дозволяє моделювати невизначені параметри систем за умов відсутності не лише числових, але й нечітких і лінгвістичних значень невизначених параметрів. Основним інструментом нової технології моделювання складних систем в умовах невизначеності даних є задана в універсумі X слабка множина $\tilde{\tilde{A}}$ [2, 3, 6], яка, на відміну від нечіткої множини $\tilde{A}$, задається не функцією належності μ_A: $X \to M_\alpha$, а функцією рівнів ν_A: $X \to M_{\alpha\omega}$, де $M_{\alpha\omega} = M_\alpha \times \{ +; - \} \setminus \{(\vee M_\alpha; -)\}$ – простір напрямлених рівнів належності, який є декартовим добутком простору ненапрямлених (звичайних) рівнів належності M_α та простору напрямленостей $\{ +; - \}$, $\vee M_\alpha$ – максимальний елемент простору M_α. Елементи цього простору, які є впорядкованими парами виду $(\alpha; +)$, $(\beta; -)$, $\alpha, \beta \in M_\alpha$ і називаються позитивно (для випадку $(\alpha; +)$) та негативно (для випадку $(\beta; -)$) напрямленими рівнями належності, зручно позначати відповідно α^+, β^-. Функція рівнів слабкої множини не задає елементам універсума ніяких конкретних ступенів належності слабкій множині, а лише напрямлені рівні належності. При цьому позитивно напрямлені рівні належності згідно з [4] можна інтерпретувати як нижню точну грань можливих значень ступенів належності відповідних елементів універсума. В той час, коли верхня грань належності цих елементів ніяк не регламентується й обмежується тільки максимальним елементом $\vee M_\alpha$ простору ненапрямлених рівнів належності. Негативно напрямлені рівні належності у свою чергу можна інтерпретувати як верхню точну грань можливих значень ступенів належності в той час, коли нижня точна грань належностей елементів універсума, які мають негативний рівень належності, ніяк не задається й обмежується тільки мінімальним елементом $\wedge M_\alpha$ простору M_α.

У просторі ненапрямлених рівнів належності має місце звичайний нестрогий лінійний порядок, а в просторі напрямленостей – лінійний порядок $\{(+, +), (+, -), (-, -)\}$. Що стосується простору $M_{\alpha\omega}$, то на ньому задано такий спеціальний строгий лінійний порядок $S_{\alpha\omega}$, що

$$S_{\alpha\omega} = \forall(\alpha, \omega_\alpha), (\beta, \omega_\beta) \in M_{\alpha\omega} \left((\beta, \omega_\beta) > (\alpha, \omega_\alpha) \Leftrightarrow (\beta > \alpha \ \wedge \ \omega_\beta = \omega_\alpha) \vee (\omega_\beta > \omega_\alpha) \right), \qquad (1)$$

а діагональне відношення на $M_{\alpha\omega}$ задає рівність напрямлених рівнів належності

$$\forall(\alpha, \omega_\alpha), (\beta, \omega_\beta) \in M_{\alpha\omega} \left((\alpha, \omega_\alpha) = (\beta, \omega_\beta) \Leftrightarrow \alpha = \beta \ \wedge \ \omega_\alpha = \omega_\beta \right). \qquad (2)$$

У [5] дано геометричну інтерпретацію простору напрямлених рівнів належності із заданим на ньому лінійним порядком (1). Згідно з цією інтерпретацією простір $M_{\alpha\omega}$ можна зобразити у вигляді відрізка прямої лінії, точки якої задають напрямлені рівні належності. Такий відрізок названо віссю напрямлених рівнів належності. На рис. 1 зображено вісь напрямлених рівнів належності для випадку M_α = [0; 1]. Напрям зростання значень напрямлених рівнів належності згідно зі строгим лінійним порядком $S_{\alpha\omega}$ показано на рисунку пунктирними стрілками.

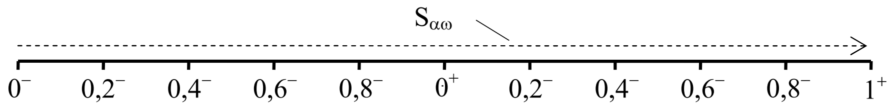

Рис. 1. Вісь напрямлених рівнів належності при $M_\alpha = [0;\,1]$

Як видно із рис. 1, лінійний порядок у просторі $M_{\alpha\omega}$ з негативно та позитивно напрямленими рівнями належності суттєво відрізняється від звичного лінійного порядку на відрізку числової осі з від'ємними та додатними числами. Тому звичайна евклідова метрика числової прямої не придатна для визначення відстані між довільною парою точок на напрямленій осі рівнів належності.

Відомо, що багато фундаментальних понять і результатів математичного аналізу пов’язано не з алгебраїчною природою дійсних чисел, а лише з поняттям відстані в просторі дійсних чисел, тобто з множиною дійсних чисел як метричним простором. До таких понять і фактів, зокрема, належать основні поняття та результати теорії границь, поняття неперервності та гладкості функцій та багато інших. Для того, щоб ввести аналогічні поняття в теорії слабких множин і, зокрема, важливі для застосувань цієї теорії поняття неперервних і розривних, спадних і зростаючих функцій рівнів слабкої множини, необхідно задати метрику в просторі напрямлених рівнів належності.

З метою підкреслити, яка саме метрика використовується, будемо позначати метричний простір у вигляді двійки $\langle M_{\alpha\omega}, \rho_M\rangle$, де ρ_M – метрика на $M_{\alpha\omega}$, тобто невід'ємна дійсна функція, яка для кожної пари елементів із $M_{\alpha\omega}$ задає відстань між ними. За відомої метрики ρ_M метричним простором будемо називати також саму множину $M_{\alpha\omega}$, на елементах якої задана метрика, як це зазвичай прийнято [7].

Очевидно, що ввести метрику в просторі $M_{\alpha\omega}$ можна різними способами. Введемо метрику ρ_M на осі напрямлених рівнів належності так, щоб для будь-якої пари точок на напрямленій осі відстань між ними можна було виміряти з допомогою звичайної лінійки, а у випадку однонапрямлених рівнів належності вона збігалась із звичайною метрикою ρ_R дійсних чисел

$$\rho_R\colon R^2 \to R_{+0},\ \ \rho_R(a, b) = |\,a - b\,|,\ \forall a, b\in R, \text{ тобто}$$

$$\forall \alpha, \beta\in M_\alpha\ (\ \rho_M(\alpha^+, \beta^+) = \rho_M(\alpha^-, \beta^-) = \rho_R(\alpha, \beta)\ ), \tag{3}$$

де $R_{+0} = \{0\}\cup R_+$; R_+ – множина додатних дійсних чисел.

З цією метою розглянемо функцію $\rho_M\colon\ M^2_{\alpha\omega} \to R_{+0}$ в просторі $M_{\alpha\omega}$ таку, що

$$\forall \alpha, \beta \in M_\alpha\ \forall \omega, \psi\in M_\omega\ (\rho_M(\alpha^\omega\,;\,\beta^\psi) = |\alpha - \beta|\ \Leftrightarrow\ \omega = \psi\,); \tag{4}$$

$$\forall \alpha, \beta \in M_\alpha(\rho_M(\alpha^+;\,\beta^-) = |\alpha - \wedge M_\alpha\,| + |\beta - \vee M_\alpha|\,); \tag{5}$$

$$\forall \alpha, \beta \in M_\alpha(\rho_M(\alpha^-\,;\,\beta^+) = |\alpha - \vee M_\alpha\,| + |\beta - \wedge M_\alpha|\,). \tag{6}$$

Покажемо, що функція ρ_M є метрикою в просторі $M_{\alpha\omega}$, для якої виконується умова (3).

Згідно з визначенням метричного простору [7], функція ρ_M буде метрикою тоді й лише тоді, коли вона є невід’ємною дійсною функцією, яка задовольняє всі аксіоми метричних просторів, які для нашого випадку можна записати у вигляді:

$$\forall \alpha^\omega, \beta^\psi\in M_{\alpha\omega}\ (\rho_M(\alpha^\omega;\beta^\psi) = 0 \Leftrightarrow \alpha^\omega = \beta^\psi\ ); \tag{7}$$

$$\forall \alpha^\omega, \beta^\psi\in M_{\alpha\omega}\ (\rho_M(\alpha^\omega, \beta^\psi) = \rho_M(\beta^\psi,\ \alpha^\omega)\ ); \tag{8}$$

$$\forall \alpha^\omega, \beta^\psi,\ \gamma^\chi\in M_{\alpha\omega}\ (\ \rho_M(\alpha^\omega,\gamma^\chi) \le \rho_M(\alpha^\omega, \beta^\psi) + \rho_M(\beta^\psi, \gamma^\chi)\ ). \tag{9}$$

Одразу можна зазначити, що ρ_M є саме невід'ємною дійсною функцією, оскільки її значення згідно з (4) – (6) є абсолютною величиною дійсного числа або сумою абсолютних величин дійсних чисел. Крім того, згідно з (4) на множині однонапрямлених рівнів належності значення функції ρ_M для будь-якої пари таких рівнів ніяк не залежить від їх напрямленості. З урахуванням цього та умови (4), вона фактично задає метрику в просторі ненапрямлених рівнів належності M_α, яка збігається із звичайною метрикою дійсних чисел ρ_R.

Оскільки звичайна метрика ρ_R є повноцінною метрикою в множині дійсних чисел, то на множині ненапрямлених рівнів належності, яка є підмножиною множини дійсних чисел, функція ρ_M теж є метрикою, причому такою, яка у випадку однонапрямлених рівнів належності відповідає звичайній метриці дійсних чисел ρ_R. Звідси робимо висновок, що рівність (4) відповідає всім аксіомам метрики (7) – (9).

Покажемо далі, що рівності (5), (6) теж відповідають аксіомам метрики (7) – (9). Спочатку покажемо, що ці рівності задовольняють аксіому (7).

Нехай аксіома (7) для цих рівностей не виконується. У такому разі повинна існувати така пара напрямлених рівнів належності α^ω, β^ψ, що

$$\alpha^\omega = \beta^\psi \wedge \rho_M(\alpha^\omega, \beta^\psi) \neq 0, \text{ або} \tag{10}$$

$$\alpha^\omega \neq \beta^\psi \wedge \rho_M(\alpha^\omega, \beta^\psi) = 0. \tag{11}$$

Оскільки умови (5), (6) стосуються тільки випадку, коли напрямленості рівнів належності протилежні, то вирази (10), (11) для цього випадку можна переписати в такому розширеному вигляді:

$$\alpha^\omega = \beta^\psi \wedge \omega \neq \psi \wedge \rho_M(\alpha^\omega, \beta^\psi) \neq 0, \text{ або} \tag{12}$$

$$\alpha^\omega \neq \beta^\psi \wedge \omega \neq \psi \wedge \rho_M(\alpha^\omega, \beta^\psi) = 0. \tag{13}$$

Але випадок (12) неможливий тому, що згідно з відношенням рівності (2) в просторі $M_{\alpha\omega}$ напрямлені рівні належностей з рівними ненапрямленими належностями та протилежними напрямленостями не можуть бути рівними.

Розглянемо випадок (13). Згідно (5), (6) наступні еквіваленції повинні бути тотожно істинними:

$$\rho_M(\alpha^+; \beta^-) = 0 \Leftrightarrow |\alpha - \wedge M_\alpha| + |\beta - \vee M_\alpha| = 0; \tag{14}$$

$$\rho_M(\alpha^-; \beta^+) = 0 \Leftrightarrow |\alpha - \vee M_\alpha| + |\beta - \wedge M_\alpha| = 0. \tag{15}$$

Але сума абсолютних величин двох будь-яких дійсних чисел дорівнює нулю тільки тоді, коли обидві абсолютні величини дорівнюють нулю. Тому твердження (14), (15) можна подати в такому рівносильному вигляді:

$$\rho_M(\alpha^+; \beta^-) = 0 \Leftrightarrow |\alpha - \wedge M_\alpha| = 0 \wedge |\beta - \vee M_\alpha| = 0, \tag{16}$$

$$\rho_M(\alpha^-; \beta^+) = 0 \Leftrightarrow |\alpha - \vee M_\alpha| = 0 \wedge |\beta - \wedge M_\alpha| = 0. \tag{17}$$

Праві частини тверджень (16), (17) можна переписати згідно таких ланцюжків рівносильностей:

$|\alpha - \wedge M_\alpha| = 0 \wedge |\beta - \vee M_\alpha| = 0 \equiv \alpha - \wedge M_\alpha = 0 \wedge \beta - \vee M_\alpha = 0 \equiv \alpha = \wedge M_\alpha \wedge \beta = \vee M_\alpha$, і відповідно $|\alpha - \vee M_\alpha| = 0 \wedge |\beta - \wedge M_\alpha| = 0 \equiv \alpha - \vee M_\alpha = 0 \wedge \beta - \wedge M_\alpha = 0 \equiv \alpha = \vee M_\alpha \wedge \beta = \wedge M_\alpha$.

Підставляючи замість правої частини еквіваленцій (16), (17) отримані кон'юнкції, будемо мати:

$$\rho_M(\alpha^+; \beta^-) = 0 \Leftrightarrow \alpha = \wedge M_\alpha \wedge \beta = \vee M_\alpha, \quad \rho_M(\alpha^-; \beta^+) = 0 \Leftrightarrow \alpha = \vee M_\alpha \wedge \beta = \wedge M_\alpha.$$

Але для напрямленого рівня β^- рівність $\beta = \vee M_\alpha$ може мати місце тільки у випадку, коли $\beta^- = (\vee M_\alpha; -)$, а для напрямленого рівня α^- рівність $\alpha = \vee M_\alpha$ може мати місце тільки у випадку, коли $\alpha^- = (\vee M_\alpha; -)$. В той же час згідно означення простору напрямлених рівнів належності напрямлений рівень ($\vee M_\alpha$; $-$) в цьому просторі відсутній. Таким чином припустивши, що аксіома (7) не виконується, ми прийшли до хибних наслідків (14), (15). Це означає, що зроблене припущення хибне, а рівності (5), (6) відповідають аксіомі (7).

Що стосується аксіоми (8), то відповідність рівностей (5), (6) цій аксіомі безпосередньо випливає із комутативності суми абсолютних величин дійсних чисел. Дійсно, із (5), (6) випливає, що

$$\rho_M(\alpha^+;\beta^-) = |\alpha - \wedge M_\alpha| + |\beta - \vee M_\alpha|,$$
$$\rho_M(\beta^-;\alpha^+) = |\beta - \vee M_\alpha| + |\alpha - \wedge M_\alpha|,$$
$$\rho_M(\alpha^-;\beta^+) = |\alpha - \vee M_\alpha| + |\beta - \wedge M_\alpha|,$$
$$\rho_M(\beta^+;\alpha^-) = |\beta - \wedge M_\alpha| + |\alpha - \vee M_\alpha|.$$

Але, оскільки

$$|\alpha - \wedge M_\alpha| + |\beta - \vee M_\alpha| = |\beta - \vee M_\alpha| + |\alpha - \wedge M_\alpha| \text{ і}$$
$$|\alpha - \vee M_\alpha| + |\beta - \wedge M_\alpha| = |\alpha - \vee M_\alpha| + |\beta - \wedge M_\alpha|,$$

то $\rho_M(\alpha^+;\beta^-) = \rho_M(\beta^-;\alpha^+)$ і $\rho_M(\alpha^-;\beta^+) = \rho_M(\alpha^-;\beta^+)$. Тобто аксіома (8) виконується для рівностей (5), (6).

Залишається показати, що рівності (5), (6) задовольняють також і аксіомі (9). Доведення виконаємо спочатку для рівності (5). Оскільки рівність (5) задає відстань між двома по різному напрямленими рівнями належності, причому початковий рівень має позитивну напрямленість, а кінцевий – негативну, то необхідно і достатньо виконати доведення для двох випадків можливих наборів трьох напрямлених рівнів належності, які відрізняються напрямленістю середнього рівня належності, а початкові та кінцеві рівні належності мають відповідно однакові напрямленості. Причому напрямленість початкового рівня належності позитивна, а кінцевого – негативна. Введемо такі набори трьох напрямлених рівнів у вигляді: α^+, β^+, γ^- та α^+, β^-, γ^-. Розглянемо спочатку перший набір напрямлених рівнів належності. Згідно (4) $\rho_M(\alpha^+;\beta^+) = |\alpha - \beta|$, а згідно (5)

$$\rho_M(\alpha^+;\gamma^-) = |\alpha - \wedge M_\alpha| + |\gamma - \vee M_\alpha|; \tag{18}$$
$$\rho_M(\beta^+;\gamma^-) = |\beta - \wedge M_\alpha| + |\gamma - \vee M_\alpha|.$$

Тоді

$$\rho_M(\alpha^+;\beta^+) + \rho_M(\beta^+;\gamma^-) = |\alpha - \beta| + |\beta - \wedge M_\alpha| + |\gamma - \vee M_\alpha|. \tag{19}$$

Із (18) та (19) випливає, що нерівність

$$\rho_M(\alpha^+;\gamma^-) \le \rho_M(\alpha^+;\beta^+) + \rho_M(\beta^+;\gamma^-)$$

виконується тоді та лише тоді, коли

$$|\alpha - \wedge M_\alpha| + |\gamma - \vee M_\alpha| \le |\alpha - \beta| + |\beta - \wedge M_\alpha| + |\gamma - \vee M_\alpha| \equiv$$
$$\equiv |\alpha - \wedge M_\alpha| \le |\alpha - \beta| + |\beta - \wedge M_\alpha|.$$

Переконаємось, що остання нерівність дійсно виконується. Із властивостей абсолютної величини дійсного числа випливає, що

$$|\alpha - \beta| + |\beta - \wedge M_\alpha| \ge |\alpha - \beta + \beta - \wedge M_\alpha| \equiv |\alpha - \beta| + |\beta - \wedge M_\alpha| \ge |\alpha - \wedge M_\alpha|.$$

Таким чином за першого набору напрямлених рівнів належності рівність (5) задовольняє аксіомі (9).

За другого набору рівнів належності α^+, β^-, γ^- згідно (5) отримаємо

$$\rho_M(\alpha^+;\gamma^-) = |\alpha - \wedge M_\alpha| + |\gamma - \vee M_\alpha|, \tag{20}$$
$$\rho_M(\alpha^+;\beta^-) = |\alpha - \wedge M_\alpha| + |\beta - \vee M_\alpha|.$$

Для цього ж випадку згідно (4) будемо мати

$$\rho_M(\beta^-;\gamma^-) = |\beta - \gamma| = |\gamma - \beta|.$$

Із останніх двох рівностей отримаємо:

$$\rho_M(\alpha^+;\ \beta^-) + \rho_M(\beta^-;\ \gamma^-) = |\alpha - \wedge M_\alpha\,| + |\beta\ - \vee M_\alpha| + |\gamma\ - \beta\,|. \qquad (21)$$

Із (20), (21) випливає, що нерівність $\rho_M(\alpha^+;\ \gamma^-) \le \rho_M(\alpha^+;\ \beta^-) + \rho_M(\beta^-;\ \gamma^-)$ виконується тільки, якщо виконується нерівність

$$|\alpha - \wedge M_\alpha\,| + |\gamma\ - \vee M_\alpha| \le |\alpha - \wedge M_\alpha\,| + |\beta\ - \vee M_\alpha| + |\gamma\ - \beta\,| \ \equiv\ |\gamma - \vee M_\alpha| \le |\gamma\ - \beta\,| + |\beta\ - \vee M_\alpha|\,.$$

Але остання нерівність дійсно виконується. В цьому легко переконатись, враховуючи, що

$$|\gamma\ - \beta\,| + |\beta\ - \vee M_\alpha| \ge |\gamma\ - \beta\ + \beta\ - \vee M_\alpha| \quad \equiv \quad |\gamma\ - \beta\,| + |\beta\ - \vee M_\alpha| \ge |\gamma - \vee M_\alpha|\,.$$

Таким чином за всіх можливих наборів напрямлених рівнів належності рівність (5) задовольняє аксіомі (9).

Для завершення доведення покажемо, що для рівності (6) має місце той самий висновок – вона теж задовольняє аксіомі (9). Оскільки рівність (5) задовольняє всім аксіомам метрики, то вона задовольняє і окремій аксіомі метрики (8). З урахуванням цієї аксіоми та комутативної властивості суми абсолютних величин дійсних чисел перепишемо її у такому рівносильному вигляді

$$\rho_M(\beta^-;\ \alpha^+) = |\beta\ - \vee M_\alpha| + |\alpha - \wedge M_\alpha\,|.$$

Але отримана рівність з точністю до взаємозаміни символів напрямлених рівнів належності рівносильна рівності (6). Звідси робимо висновок, що рівність (6), як і рівність (5) задовольняє аксіомі (9).

Таким чином доведено, що всі рівності (4) - (6) задовольняють аксіомам метрики (7) - (9), а це означає, що функція ρ_M є метрика, яка задає відстань між довільною парою точок простору $M_{\alpha\omega}$. Причому відстань між будь-якими рівнями належності з однаковою напрямленістю за метрикою ρ_M дорівнює відстані між відповідними ненапрямленими рівнями належності за звичайною евклідовою метрикою ρ_R, що гарантується умовою (3). Однак для будь-якої пари рівнів належності з різною напрямленістю метрика ρ_M задає відстань згідно своїх специфічних законів (4) - (6). Незважаючи на те, що ці закони вже не відповідають звичайній евклідовій метриці ρ_R, відстань між будь-якою парою точок на напрямленій осі координат можна виміряти з допомогою звичайної лінійки. Продемонструємо цю властивість метрики ρ_M з допомогою рис. 2, 3. На першому рисунку показана відстань між точками $(\alpha^-;\ \beta^+) = (0{,}3^-;\ 0{,}8^+)$ напрямленої осі координат при $M_\alpha = [0;\ 1]$, а на другому – відстань між точками $(\alpha^-;\ \beta^+) = (-0{,}3^-;\ 0{,}8^+)$ напрямленої осі координат при $M_\alpha = [-1;\ 1]$.

Розрахуємо відстані між цими точками, використовуючи введену в просторі напрямлених рівнів належності метрику ρ_M.

Для перших двох точок отримаємо (рис. 2):

$$\rho_M(\alpha^-\,;\ \beta^+) = |\alpha - \vee M_\alpha\,| + |\beta - \wedge M_\alpha| = \rho_M(0{,}3^-;\ 0{,}8^+) = |0{,}3 - 1\,| + |0{,}8 - 0| = 1{,}5.$$

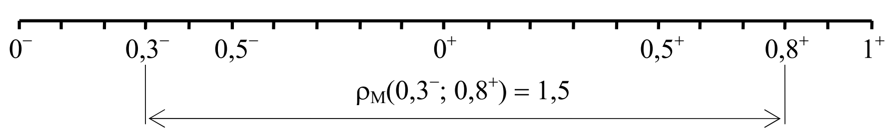

Рис. 2. Відстань між напрямленими рівнями належності $0{,}3^-$ та $0{,}8^+$ при $M_\alpha = [0;\ 1]$

Розрахуємо відстань між напрямленими рівнями $-0{,}3^-$ та $0{,}8^+$ при $M_\alpha = [-1;\ 1]$ (рис. 3):

$$\rho_M(\alpha^-\,;\ \beta^+) = |\alpha - \vee M_\alpha\,| + |\beta - \wedge M_\alpha| = \rho_M(-0{,}3^-;\ 0{,}8^+) = |\,-0{,}3 - 1\,| + |0{,}8 - (\,-1)| = 3{,}1.$$

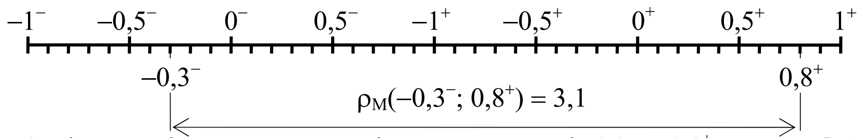

Рис. 3. Відстань між напрямленими рівнями належності $-0{,}3^-$ та $0{,}8^+$ при $M_\alpha = [-1; 1]$

Відзначена властивість метрики ρ_M дає можливість ввести означення неперервної (розривної) та спадної (зростаючої) функцій напрямлених рівнів належності по аналогії до відповідних означень дійсних функцій так, що неперервні та розривні, а також спадні та зростаючі функції напрямлених рівнів будуть виглядати в напрямлених осях [5] аналогічно відповідним дійсним функціям в звичайних декартових осях.

Висновки

На множині напрямлених рівнів слабких множин введено функцію, яка перетворює цю множину в метричний простір. Доведено, що ця функція задовольняє всім аксіомам метричних просторів, тобто є метрикою. Запропонована метрика дозволяє виміряти відстань між будь-якими точками осі напрямлених рівнів належності з допомогою звичайної лінійки, а відстань між будь-якими рівнями належності з однаковою напрямленістю дозволяє розрахувати як звичайну евклідову відстань між відповідними ненапрямленими рівнями належності.

Такі властивості запропонованої метрики дають можливість ввести поняття неперервних та спадних функцій рівнів слабких множин так, щоб графіки цих функцій в напрямлених осях координат виглядали аналогічно графікам звичайних дійсних функцій в декартових осях. Це дає можливість значно спростити процес моделювання та аналізу невизначених параметрів складних систем з допомогою слабких множин.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Математичне моделювання процесів пошуку оптимальних рішень з використанням слабко заданих вхідних параметрів : матеріали сьомої міжнародної науково-технічної конференції “Контроль і управління в складних системах (КУСС – 2003)”, 8 –11 жовтня 2003 р., Вінниця / відп. ред. В. М. Дубовой. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця. – 2003. – С. 7 – 10.

2. Мокін Б. І. Слабкі множини та їх застосування до розв’язання задач прийняття рішень в умовах невизначеності даних / Б. І. Мокін, В. В. Камінський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2004. – №3. – С. 102-108.

3. Основы теории слабых множеств и её прикладные аспекты : материалы 12-й международной конференции по автоматическому управлению (Автоматика – 2005)”, 30 мая –3 июня 2005 г., Харьков. Т. 1 / науч. ред. Л. М. Любчик. – Харьков : Изд-во НТУ “ХПИ”. – 2005. – Т. 1. – С. 22 – 23.

4. Мокін Б. І. Математичне моделювання невизначених параметрів режиму електромереж з допомогою слабких множин / Б. І. Мокін, В. В. Камінський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2005. – №6. – С. 89 - 96.

5. Мокін Б. І. Геометрична інтерпретація слабких множин та їх систем нечітких реалізацій / Б. І. Мокін, В. В. Камінський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2006. – №4. – С. 34 - 47.

6. Мокін Б. І. Слабкі множини як альтернатива нечітким множинам в моделюванні невизначених параметрів складних систем / Б. І. Мокін, В. В. Камінський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2006. – №6. – С. 226-230.

7. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : [учебн. для студ. матем. спец. универс.] / Колмогоров А. Н., Фомин С. В. – М. : Наука, 1981. – 744 с.

Мокін Борис Іванович – д. т. н., професор кафедри “Електромеханічні системи автоматизації в промисловості і на транспорті”, 56-08-48.

Камінський В'ячеслав Вікторович – к. т. н., доцент кафедри електротехнічних систем електроспоживання та енергетичного менеджменту, тел.: (0432)-598340.

Вінницький національний технічний університет.