УДК 531.7.08

Ю. Г. Ведміцький

СИСТЕМА УЗАГАЛЬНЕНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ, ЙОГО ОЗНАКИ ТА ВЛАСТИВОСТІ

У роботі розвинуто теоретичні засади процесу вимірювального перетворення моменту інерції механічних і електромеханічних систем. Запропоновано поняття узагальненого перетворювача моменту інерції, сформульовано і обґрунтовано його ознаки та властивості, наведено математичну модель.

***Ключові слова:** момент інерції, вимірювальне перетворення, математична модель, узагальнені координати, рівняння Лагранжа.*

1. Вступ

Огляд сучасного стану вимірювальних перетворювачів моменту інерції та аналіз їх теоретичного забезпечення [1] свідчить про відсутність на сьогодні *єдиних* підходів як у розробці методів вимірювання моменту інерції, так і створенні їхніх математичних моделей.

Більш того, оскільки за своєю будовою наукова теорія має являти собою цілісну та внутрішньо диференційовану систему ієрархічно загальних, взаємозв'язаних, логічно сумісних понять, законів та тверджень, то наразі є всі підстави стверджувати, що як система узагальнюючих положень *теорія перетворювачів моменту інерції на сьогодні перебуває ще в незавершеному стані й потребує подальшого розвитку*.

У роботах [1 – 6] наведено узагальнені математичні моделі перетворювачів моменту інерції з одним (1-го і 2-го порядків) та двома (3-го порядку) ступенями вільності. Це дозволило систематизувати відомі перетворювачі й методи перетворення моменту інерції та створило необхідні передумови для розробки нових методів перетворення з покращеними метрологічними характеристиками. Проте невирішеними залишились такі питання.

По-перше, не розроблено математичну модель узагальненого перетворювача моменту інерції довільного порядку (з *n* ступенями вільності), що має бути логічним завершенням самого процесу узагальнення.

По-друге, в основу відомих математичних моделей перетворювачів моменту інерції покладено рівняння Лагранжа другого роду. Однак, це зроблено аксіоматично, без належного теоретичного обґрунтування.

По-третє, створені математичні моделі обмежувалися виключно механічними системами і поза увагою залишилися електромеханічні системи.

Наведені питання є важливими і їх розв'язання стає можливим завдяки введенню абстрактного вимірювального пристрою – *узагальненого перетворювача моменту інерції* (УПМІ) [7, 8]. На думку автора, це дозволяє закласти загальні теоретичні засади процесу перетворення моменту інерції і *частково* розв'язати проблему відсутності загальної теорії перетворювачів моменту інерції.

Під час теоретичного дослідження механічної та електромеханічної систем УПМІ шляхом математичного моделювання за допомогою варіаційних принципів аналітичної механіки отримано їхні математичні моделі, яким також властива ознака узагальненості. У зв'язку з цим виникає можливість виявити фундаментальні ознаки і властивості системи УПМІ, а отже, сформулювати та теоретично обґрунтувати основні загальні закономірності, притаманні процесу перетворення моменту інерції.

2. Узагальнений перетворювач моменту інерції

***Узагальненим перетворювачем моменту інерції** назвемо абстрагований вимірювальний пристрій довільного порядку (з n ступенями вільності), який реалізує вимірювальне перетворення моменту інерції у математично з ним пов'язану механічну фізичну величину (геометричну,* *кінематичну або динамічну), є найзагальнішою формою відносно відомих та можливих у майбутньому перетворювачів моменту інерції і перетворюється в них за окремих умов.*

Структурну схему узагальненого перетворювача моменту інерції наведено на рис. 1.

У загальному випадку цей пристрій є суто механічною або електромеханічною системою і складається з *двох взаємодіючих* частин (підсистем):

– самого об'єкта вимірювання (контролю), який за природою є або механічною, або електромеханічною системою (назвемо цю частину підсистемою А). За умовою задачі момент інерції J_{OB} підсистеми А є невідомим і має бути вхідною фізичною величиною;

– деякої додаткової суто механічної системи з наперед заданими властивостями та зв'язками (підсистема В), яка певним наперед заданим чином пов'язана з об'єктом вимірювання (контролю) і створює для нього або поле активних сил, спонукаючи до руху, або поле реакції зв'язків, обмежуючи цей рух. Отже, як і підсистема А, підсистема В визначає стан перетворювача як системи і впливає на систему його рівнянь руху.

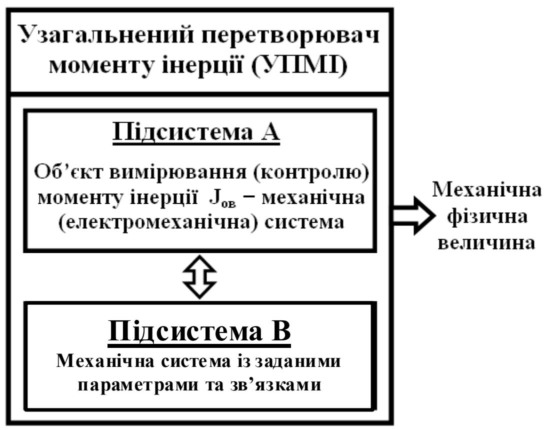

Рис. 1. Структурна схема узагальненого перетворювача моменту інерції

3. Математична модель механічної системи УПМІ

Математичною моделлю узагальненого перетворювача моменту інерції мають бути *рівняння руху* самого перетворювача як механічної (електромеханічної) системи, записані в тій чи іншій формі, оскільки обов'язково, явно чи неявно, в системі рівнянь будуть присутні й момент інерції як вхідна величина, так і інша механічна фізична величина, яка обрана вихідною.

У свою чергу, системою рівнянь руху УПМІ є сукупність систем рівнянь руху підсистеми А та підсистеми В, якщо тільки ці диференціальні рівняння отримані з врахуванням силової взаємодії між означеними підсистемами.

Отже, розглянемо рух кожної з підсистем УПМІ окремо.

Рух підсистеми А

Нехай підсистема А містить N_A матеріальних точок з масами m_i, де $i = 1, 2, ..., N_A$.

Під час руху цієї підсистеми в загальному випадку до кожної її i-ої матеріальної точки прикладена сукупність врівноважених сил [9] (рис. 2):

$$\vec{F}_i^{(A)} + \vec{R}_i^{(A)} + \vec{P}_i^{(AB)} - m_i \ddot{\vec{r}}_i^{(A)} = 0,$$

де $\vec{F}_i^{(A)}$ – сила, яка є рівнодіючою сукупністю активних сил, прикладених до довільної i-ої матеріальної точки підсистеми А; $\vec{R}_i^{(A)}$ – сила, яка обмежувала б рух i-ої матеріальної точки підсистеми А за умови незалежності останньої від підсистеми В (рівнодіюча реакцій зв'язків власне підсистеми А); $\vec{P}_i^{(AB)}$ – рівнодіюча активних сил та реакцій в'язей, які спонукають до руху чи, навпаки, обмежують рух i-ої матеріальної точки підсистеми А внаслідок силової дії з боку підсистеми В; $-m_i\ddot{\vec{r}}_i^{(A)}$ – сила інерції Даламбера, яка діє на кожну i-ту матеріальну точку з масою m_i, де $\vec{r}_i^{(A)}$ – радіус-вектор i-ої матеріальної точки відносно заданої системи відліку.

Відповідно до *принципу Даламбера-Лагранжа* [9]:

$$\sum_{i=1}^{N_A}\left(\vec{F}_i^{(A)} + \vec{R}_i^{(A)} + \vec{P}_i^{(AB)} - m_i\ddot{\vec{r}}_i^{(A)}\right)\cdot \delta\vec{r}_i^{(A)} = 0\,. \qquad (1)$$

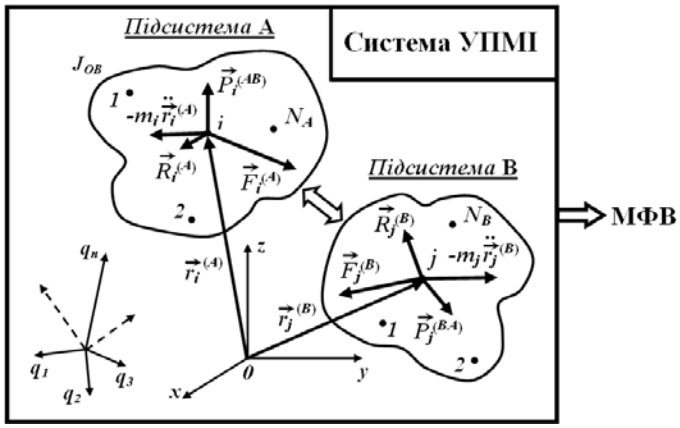

Рис. 2. Розподіл сил у системі УПМІ

Докладні математичні перетворення наведені в роботі [7]. Посилаючись на них, загальне рівняння динаміки руху підсистеми А (1) можна переписати в узагальнених координатах q_s:

$$\sum_{s=1}^{n}\left(Q_s^{(A)} + \sum_{i=1}^{N_A}\vec{P}_i^{(AB)}\cdot\frac{\partial\vec{r}_i^{(A)}}{\partial q_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_A}{\partial\dot{q}_s}\right) + \frac{\partial T_A}{\partial q_s}\right)\cdot\delta q_s = 0$$

або, враховуючи незалежність їхніх варіацій –

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_A}{\partial\dot{q}_s}\right) - \frac{\partial T_A}{\partial q_s} = Q_s^{(A)} + \sum_{i=1}^{N_A}\vec{P}_i^{(AB)}\cdot\frac{\partial\vec{r}_i^{(A)}}{\partial q_s}, \qquad s = 1,2,...,n\,, \qquad (2)$$

де T_A – кінетична енергія підсистеми А; $Q_s^{(A)} = \sum_{i=1}^{N_A}\vec{F}_i^{(A)}\cdot\frac{\partial\vec{r}_i^{(A)}}{\partial q_s}$ – узагальнена сила, яка діє на всі матеріальні точки підсистеми А і відповідає *s*-ій узагальненій координаті.

Рух підсистеми В

Рівняння руху підсистеми В УПМІ отримаємо на основі принципу Даламбера-Лагранжа так само. Тоді для підсистеми В УПМІ можна записати:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_B}{\partial\dot{q}_s}\right) - \frac{\partial T_B}{\partial q_s} = Q_s^{(B)} + \sum_{j=1}^{N_B}\vec{P}_j^{(BA)}\cdot\frac{\partial\vec{r}_j^{(B)}}{\partial q_s}, \qquad s = 1,2,...,n\,, \qquad (3)$$

де T_B – кінетична енергія підсистеми В; $Q_s^{(B)} = \sum_{j=1}^{N_B}\vec{F}_i^{(B)}\cdot\frac{\partial\vec{r}_j^{(B)}}{\partial q_s}$ – узагальнена сила підсистеми В, яка відповідає *s*-ій узагальненій координаті.

Рівняння руху системи УПМІ

Оскільки диференціальні рівняння підсистем А та В були виведені з врахуванням силової взаємодії між ними, то для отримання системи рівнянь руху УПМІ покоординатно додамо між собою рівняння систем (2) та (3), врахувавши при цьому *теорему про дію та протидію підсистем А та В в узагальнених силах*. Тоді

$$\frac{d}{d\,t}\left[\frac{\partial}{\partial \dot q_s} T_A\left(J_{OB}\right)\right]+\frac{d}{d\,t}\left(\frac{\partial T_B}{\partial \dot q_s}\right)-\left[\frac{\partial}{\partial q_s} T_A\left(J_{OB}\right)+\frac{\partial T_B}{\partial q_s}\right]=Q_s^{(A)}+Q_s^{(B)}, \quad s=1,2,\ldots,n . \qquad (4)$$

Система рівнянь руху УПМІ (8) є системою n диференціальних рівнянь *другого порядку* відносно узагальнених координат, яка представлена у формі *рівнянь Лагранжа другого роду* [9] і є узагальненою математичною моделлю будь-якого *теоретично можливого* перетворювача моменту інерції.

Математична модель механічної системи УПМІ

Руху системи УПМІ притаманні деякі особливості, які дозволяють спростити систему рівнянь (4). Їх ґрунтовний аналіз наведено в роботах [7, 8]. На підставі результатів цього аналізу систему рівнянь (4) можна подати в такому вигляді:

$$\begin{cases} \left(J_{OB}+m_A l^2\right)\ddot q_1 = M_A - \dfrac{\partial \Pi}{\partial q_1} - \dfrac{\partial \Phi}{\partial \dot q_1}, \\ \dfrac{d}{d\,t}\left(\dfrac{\partial T_B}{\partial \dot q_s}\right) - \dfrac{\partial T_B}{\partial q_s} = Q_s - \dfrac{\partial \Pi}{\partial q_s} - \dfrac{\partial \Phi}{\partial \dot q_s}, \ s=2,3,\ldots,n, \end{cases} \qquad (5)$$

В математичній моделі (5) Π – потенціальна енергія системи УПМІ, Φ – дисипативна функція Релея, M_A – головний механічний момент сил підсистеми А відносно її осі обертання.

4. Теореми взаємодії підсистем А та В УПМІ

Під час аналітичного дослідження руху системи УПМІ не можна залишити поза увагою деякі важливі спільні закономірності, які притаманні будь-яким нині відомим та можливим у майбутньому перетворювачам моменту інерції. Назвемо ці закономірності *теоремами взаємодії*. Сформулюємо і теоретично обґрунтуємо їх.

Отже, нехай підсистема А знаходиться в силовому полі дії підсистеми В.

Це означає, що, в загальному випадку, на кожну i-ту з N_A матеріальних точок підсистеми А з боку кожної j-ої з N_B матеріальних точок, які належать підсистемі В, діє сукупність активних сил та реакції зв'яків (рис. 3).

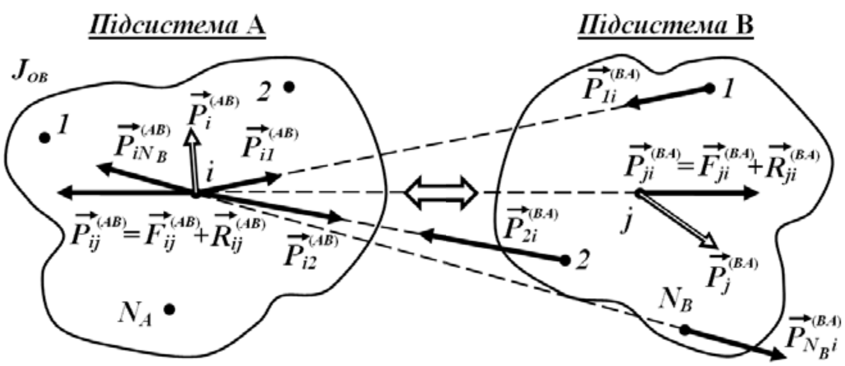

Рис. 3. Поле взаємних сил підсистем А та В УПМІ

На рис. 3 сила $\vec F_{ij}^{(AB)}$ є активною силою, а сила $\vec R_{ij}^{(AB)}$ – реакцією зв'язків, які в сукупності діють на деяку i-ту точку підсистеми А з боку деякої j-ої точки підсистеми В

$$\vec P_{ij}^{(AB)} = \vec F_{ij}^{(AB)} + \vec R_{ij}^{(AB)} .$$

З іншого боку, в загальному випадку, кожна i-та з N_A матеріальних точок підсистеми А діє на кожну j-ту з N_B матеріальних точок, які належать підсистемі В, з силою

$$\vec P_{ji}^{(BA)} = \vec F_{ji}^{(BA)} + \vec R_{ji}^{(BA)} .$$

Відповідно до *закону рівності дії та протидії* [9] $\vec{P}_{ij}^{(AB)} = -\vec{P}_{ji}^{(BA)}$, тобто під час руху підсистеми А в силовому полі підсистеми В завжди існує пара сил $\vec{P}_{ij}^{(AB)}$, $\vec{P}_{ji}^{(BA)}$ таких, що їхня сума

$$\vec{P}_{ij}^{(AB)} + \vec{P}_{ji}^{(BA)} = 0\,. \tag{6}$$

Рівність (6) дозволяє сформулювати та довести наступну теорему.

Теорема 1. **<u>Про дію та протидію підсистем А та В УПМІ</u>**

Дія завжди відповідає рівній їй і протилежній за напрямом протидії, тобто

дія підсистеми А УПМІ на підсистему В породжує протидію, рівну за величиною та протилежну за напрямом:

$$\sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{N_A}} \vec{\mathbf{P}}_{\mathbf{i}}^{(\mathbf{AB})} + \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{N_B}} \vec{\mathbf{P}}_{\mathbf{j}}^{(\mathbf{BA})} = \mathbf{0}$$

або

$$\vec{\mathbf{P}}^{(\mathbf{AB})} + \vec{\mathbf{P}}^{(\mathbf{BA})} = \mathbf{0}\,. \tag{7}$$

Д о в е д е н н я.

Силовою *дією* на підсистему А з боку підсистеми В назвемо суму $\vec{P}^{(AB)} = \sum_{i=1}^{N_A} \vec{P}_i^{(AB)}$, де сила $\vec{P}_i^{(AB)} = \sum_{j=1}^{N_B} \vec{P}_{ij}^{(AB)}$ – рівнодіюча всіх сил, прикладених до i-ої точки підсистеми А з боку *всіх* N_B точок підсистеми В. Тоді *протидія* підсистеми А дії підсистеми В є дією підсистеми А на підсистему В або $\vec{P}^{(BA)} = \sum_{j=1}^{N_B} \vec{P}_j^{(BA)}$, де сила $\vec{P}_j^{(BA)} = \sum_{i=1}^{N_A} \vec{P}_{ji}^{(BA)}$ – рівнодіюча всіх сил, прикладених до j-ої точки підсистеми В внаслідок дії з боку всіх N_A точок, які належать підсистемі А.

Для дії на підсистему А з боку підсистеми В, врахувавши співвідношення (6) та змінивши порядок додавання, можна записати:

$$\vec{P}^{(AB)} = \sum_{i=1}^{N_A} \vec{P}_i^{(AB)} = \sum_{i=1}^{N_A}\sum_{j=1}^{N_B} \vec{P}_{ij}^{(AB)} = \sum_{i=1}^{N_A}\sum_{j=1}^{N_B}\left(-\vec{P}_{ji}^{(BA)}\right) = -\sum_{j=1}^{N_B}\sum_{i=1}^{N_A} \vec{P}_{ji}^{(BA)} = -\sum_{j=1}^{N_B} \vec{P}_j^{(BA)} = -\vec{P}^{(BA)}$$

або

$$\vec{P}^{(AB)} + \vec{P}^{(BA)} = 0\,.$$

Що і потрібно було довести.

Теорема 2. **<u>Про еквівалентність взаємодії підсистем А та В УПМІ</u>**

Важливим наслідком теореми про дію та протидію підсистем А та В є те, що

рух підсистем А та В у зовнішньому силовому полі, створеному підсистемою В, еквівалентний руху підсистем А та В у зовнішньому силовому полі, яке створене підсистемою А, якщо тільки ці поля будуть дією та протидією.

Д о в е д е н н я.

Наслідок (теорема) випливає з властивості *комутативності* дії додавання в співвідношенні (7).

Теорема 3. **<u>Про дію та протидію підсистем А та В УПМІ в узагальнених силах</u>**

Дія в узагальнених силах завжди відповідає рівній їй і протилежній за знаком протидії, тобто

узагальнена дія відносно будь-якої узагальненої координати однієї матеріальної системи на іншу завжди породжує за цією ж координатою узагальнену протидію, рівну за величиною та протилежну за знаком:

$$\sum_{i=1}^{N_A} \vec{\mathbf{P}}_i^{(AB)} \frac{\partial \vec{\mathbf{r}}_i^{(A)}}{\partial \mathbf{q}_s} + \sum_{j=1}^{N_B} \vec{\mathbf{P}}_j^{(BA)} \frac{\partial \vec{\mathbf{r}}_j^{(B)}}{\partial \mathbf{q}_s} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{s = 1, 2, \ldots, n}$$

або

$$\mathbf{D_s^{(AB)} + D_s^{(BA)} = 0}, \quad \mathbf{s = 1, 2, \ldots, n}.$$

Д о в е д е н н я.

Узагальненою дією за s-ою узагальненою координатою на підсистему А з боку підсистеми В назвемо узагальнену силу $D_s^{(AB)} = \sum_{i=1}^{N_A} \vec{P}_i^{(AB)} \frac{\partial \vec{r}_i^{(A)}}{\partial q_s}$, а *узагальненою протидією* за цією ж координатою підсистеми А дії підсистеми В – узагальнену силу $D_s^{(BA)} = \sum_{j=1}^{N_B} \vec{P}_j^{(BA)} \frac{\partial \vec{r}_j^{(B)}}{\partial q_s}$.

Можлива робота $\delta A^{(AB)}$ всіх сил $\vec{P}_i^{(AB)}$, які прикладені до точок підсистеми А внаслідок дії з боку підсистеми В, дорівнює:

$$\delta A^{(AB)}\left(\vec{P}_i^{(AB)}\right) = \sum_{i=1}^{N_A} \vec{P}_i^{(AB)} \, \delta \vec{r}_i^{(A)}.$$

Перепишемо цю рівність, врахувавши, що варіація радіус-вектора

$$\delta \vec{r}_i^{(A)} = \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial \vec{r}_i^{(A)}}{\partial q_s} \delta q_s$$

і змінимо порядок додавання. Тоді

$$\delta A^{(AB)}\left(\vec{P}_i^{(AB)}\right) = \sum_{s=1}^{n} \left(\sum_{i=1}^{N_A} \vec{P}_i^{(AB)} \frac{\partial \vec{r}_i^{(A)}}{\partial q_s} \right) \delta q_s. \tag{8}$$

З іншого боку, можлива робота $\delta A^{(BA)}$ всіх сил $\vec{P}_j^{(BA)}$, які прикладені до точок підсистеми В внаслідок дії з боку цієї підсистеми на підсистему А, дорівнює:

$$\delta A^{(BA)}\left(\vec{P}_j^{(BA)}\right) = \sum_{j=1}^{N_B} \vec{P}_j^{(BA)} \, \delta \vec{r}_j^{(B)} = \sum_{s=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{N_B} \vec{P}_j^{(BA)} \frac{\partial \vec{r}_j^{(B)}}{\partial q_s} \right) \delta q_s. \tag{9}$$

На підставі *закону збереження енергії* [9]

$$\delta A^{(AB)}\left(\vec{P}_i^{(AB)}\right) = -\delta A^{(BA)}\left(\vec{P}_j^{(BA)}\right). \tag{10}$$

Тоді в сукупності з співвідношень (8) – (10) випливає:

$$\sum_{s=1}^{n} \left(\sum_{i=1}^{N_A} \vec{P}_i^{(AB)} \frac{\partial \vec{r}_i^{(A)}}{\partial q_s} + \sum_{j=1}^{N_B} \vec{P}_j^{(BA)} \frac{\partial \vec{r}_j^{(B)}}{\partial q_s} \right) \delta q_s = 0.$$

Оскільки всі варіації узагальнених координат є незалежними між собою внаслідок незалежності самих узагальнених координат, то вищенаведена сума буде дорівнювати нулю, якщо тільки будуть дорівнювати нулю множники при всіх варіаціях δq_s

$$\sum_{i=1}^{N_A} \vec{P}_i^{(AB)} \frac{\partial \vec{r}_i^{(A)}}{\partial q_s} + \sum_{j=1}^{N_B} \vec{P}_j^{(BA)} \frac{\partial \vec{r}_j^{(B)}}{\partial q_s} = 0, \quad s = 1, 2, \ldots, n$$

або

$$D_s^{(AB)} + D_s^{(BA)} = 0, \quad s = 1, 2, \ldots, n.$$

Теорему доведено.

5. Математична модель електромеханічної системи УПМІ

У випадку, якщо підсистема А буде *електромеханічною*, то її рух, як і рух системи УПМІ в цілому, визначатиметься дією та взаємодією не тільки механічних сил, але і сил *електромагнітного* походження [9, 10], що супроводжуватиметься збільшенням кількості незалежних змінних, які однозначно описують стан та рух електромеханічної системи УПМІ.

У цьому випадку, як було доведено в роботі [7], математична модель електромеханічної системи УПМІ набуде вигляду:

$$\begin{cases} \left(J_{OB} + m_A l^2\right)\ddot{q}_1 = M_A - \dfrac{\partial \Pi}{\partial q_1} - \dfrac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_1}, \\ \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T_B}{\partial \dot{q}_s}\right) - \dfrac{\partial T_B}{\partial q_s} = Q_s - \dfrac{\partial \Pi}{\partial q_s} - \dfrac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_s}, \quad s = 2,3,\ldots,n, \end{cases} \tag{11}$$

де $M_A = M_A^{(м)} + M_A^{(e)}$. В системі диференціальних рівнянь (11) обертальний момент підсистеми А $M_A^{(e)}$ математично пов’язаний з узагальненими електричними координатами $q_{n+1}^{(e)}, q_{n+2}^{(e)}, \ldots, q_k^{(e)}$ та контурними струмами $i_{n+1}, i_{n+2}, \ldots, i_k$ і, в загальному випадку, залежить від часу t.

6. Дві загальні ознаки перетворення моменту інерції

Аналіз математичних моделей системи УПМІ (5) і (11) розкриває дві важливі ознаки, які притаманні будь-яким перетворювачам моменту інерції, відомим або можливим.

а) Так, структура систем диференціальних рівнянь (5) і (11), можливість їх математичного розв’язання дозволяє зробити наступне припущення, яке наразі не вступає в протиріччя з жодним з існуючих перетворювачів моменту інерції і, яке подамо у вигляді **аксіоми**:

пряме вимірювальне перетворення моменту інерції в фізичну величину немеханічного походження є або теоретично неможливим (для механічної системи УПМІ), або практично недоцільним (для електромеханічної системи УПМІ).

Важливим наслідком цієї аксіоми є те, що для перетворення моменту інерції, наприклад, в електричну фізичну величину, виникає необхідність будувати *вимірювальні канали* моменту інерції з щонайменше двома перетворювачами, першим з яких має бути УПМІ.

б) З математичних моделей (5) та (11) УПМІ також випливає *фундаментальна властивість* будь-якого з існуючих або можливих перетворювачів моменту інерції. Сформулюємо цю властивість як теорему і обґрунтуємо її.

Теорема 4. **<u>Про динамічний режим підсистеми А</u>**

Будь-яке перетворення моменту інерції вимагає перехідного процесу для об’єкта вимірювання (контролю) і можливе тільки за цієї умови.

Д о в е д е н н я.

Теорему доведемо від протилежного.

Припустимо, що перетворення моменту інерції можливе за умови відсутності перехідного процесу в підсистемі А системи УПМІ. Це означає, що підсистема А має знаходитись або в стані спокою $q_1 = const$, або в стані рівномірного руху $q_1 = c_1 t + c_2$, де c_1 і c_2 є сталими.

В обох випадках прискорення підсистеми А буде відсутнім і друга похідна від першої узагальненої координати за часом дорівнюватиме нулю:

$$\ddot{q}_1 = 0. \tag{12}$$

Оскільки, крім першого, у всі інші рівняння систем (5) та (11) момент інерції J_{OB} не входить ні явно, ні опосередковано (неявно), то рівність (12) позбавляє всі можливі розв’язки систем (5) та (11) залежності від моменту інерції, а отже, і *унеможливлює його перетворення*.

Припущення привело до протиріччя і відповідно до *закону суперечності* є хибним.

Теорему доведено.

7. Висновки

У роботі розвинуто теоретичні засади процесу вимірювального перетворення моменту інерції механічних та електромеханічних систем. Запропоновано поняття узагальненого перетворювача моменту інерції (УПМІ), який є абстрагованою найзагальнішою формою відносно існуючих та можливих у майбутньому перетворювачів моменту інерції. Це дозволило сформувати загальну структурну схему і на основі варіаційних принципів аналітичної механіки розробити узагальнену математичну модель, а також виявити та обґрунтувати важливі ознаки і властивості як системи УПМІ, так і самого процесу перетворення моменту інерції.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ведміцький Ю. Г., Кухарчук В. В. До питання розв'язку проблеми систематизації математичних моделей і методів перетворення моменту інерції. Огляд та перспектива // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – 2006. – Випуск 3/2006(38). – Частина 1. – С. 130 - 133.
2. Ведміцький Ю. Г., Кухарчук В. В. Рівняння Лагранжа як основа теорії перетворювачів моменту інерції // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – 2005. – №3(32). – С. 89 – 91.
3. Кухарчук В. В., Ведміцький Ю. Г. Теорія динамічних аналогій у перетворенні моменту інерції тіл обертання та електричні моделі існуючих і можливих вимірювальних перетворювачів // Вісник Хмельницького національного університету . – 2005. – №4. – Ч. 1. Т.1 (68). – С. 122 – 128.
4. Кухарчук В. В., Ведміцький Ю. Г. Математичні і електричні моделі перетворювача моменту інерції з двома ступенями вільності // Матеріали VIII міжнародної конференції КУСС-2005. – Вінниця. – С. 69.
5. Кухарчук В. В., Ведміцький Ю. Г. Нові методи вимірювання моменту інерції в задачах автоматичного управління технічними системами // Матеріали XIII міжнародної конференції з автоматичного управління (Автоматика-2006). – Вінниця. – С. 173.
6. Ведміцький Ю. Г., Кухарчук В. В. Узагальнена математична модель просторово-оптичного перетворення кутової швидкості та моменту інерції в задачах аналізу та синтезу // Вісник ВПІ. – №4(73). – 2007. – С. 7 – 14.
7. Ведміцький Ю. Г., Кухарчук В. В. Узагальнений перетворювач моменту інерції // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету ім. Михайла Остроградського. – 2008. – Випуск 3/2008 (50). – Частина 1. – С.113 - 118.
8. Ведміцький Ю. Г. Вимірювальне перетворення і контроль моменту інерції механічних та електромеханічних систем в процесі їх експлуатації. Теорія і практика // Вісник Хмельницького національного університету. – 2008. – №4. – С. 47 – 55.
9. Павловський М. А. Теоретична механіка. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.
10. Скубов Д. Ю., Ходжаев К. Ш. Нелинейная электромеханика. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 360 с.

Ведміцький Юрій Григорович – асистент кафедри теоретичної електротехніки та електричних вимірювань e-mail: wjg@ukr.net, тел. (0432)-59-84-44
Вінницький національний технічний університет.