

В. В. Савуляк, к. т. н.

## ВПЛИВ ТЕРТЯ НА ПРОЦЕС ШТАМПУВАННЯ РЕГУЛЯРНИХ ПРОФІЛІВ З ЛИСТОВИХ МАТЕРІАЛІВ

У статті проаналізовано вплив параметрів тертя на математичну модель деформування листового матеріалу під час штампування. На робочих поверхнях пуансона і матриці запропоновано формувати підвищену шорсткість у повздовжньому напрямку профілю для приведення напруженого стану матеріалу до плоского вигляду.

**Ключові слова:** напруження, деформації, листовий матеріал, штампування, плоский напружений стан.

### Постановка задачі

Процеси обробки тиском відносять до ресурсозберігаючих технологій через незначну кількість відходів виробництва. Це сприяє їх широкому використанню, яке стримується прогалинами в дослідженні процесів формоутворення. У свою чергу використання листових матеріалів для виготовлення конструкцій високої жорсткості в певному напрямку дозволяє підвищити ефективність використання металу і здешевити вироби [1, 2].

Для моделювання процесу формоутворення регулярних профілів на листових матеріалах штампуванням на пресах доцільно розглядати етапи: 1) робочий хід пуансона до контакту з листом; 2) від початку контакту пуансона з листом до моменту зупинки пуансона; 3) холостий хід пуансона (розвантаження листа). Від параметрів другого етапу технологічного процесу залежать можливості процесу, конструкція оснастки і характеристики виробу. Під час робочого ходу в момент появи контакту поверхонь *пуансон – лист – матриця* з'являються нормальні сили між поверхнями і, як протидія можливному проковзуванню листа, виникають сили тертя. Для проковзування листа між матрицею і пуансоном різниця сил розтягу відносно виступу пуансона або матриці (рис. 1) повинна перевищити силу тертя спокою між елементами *матриця – лист* та *лист – пуансон* [3]. Слід також відзначити, що під час утворення одночасно багатьох гофрів такі розтягувальні зусилля будуть частково врівноважуватись відносно осі симетрії профілю (рис. 1), але лист буде проковзувати до центру штампу. Тому розміри заготовки повинні бути більші за розміри готового виробу, а після штампування повинна передбачатись операція обрізування залишків листа. Додатковою особливістю виготовлення штампуванням регулярних профілів із листових матеріалів є неоднозначність впливу тертя на напружено-деформований стан заготовки.

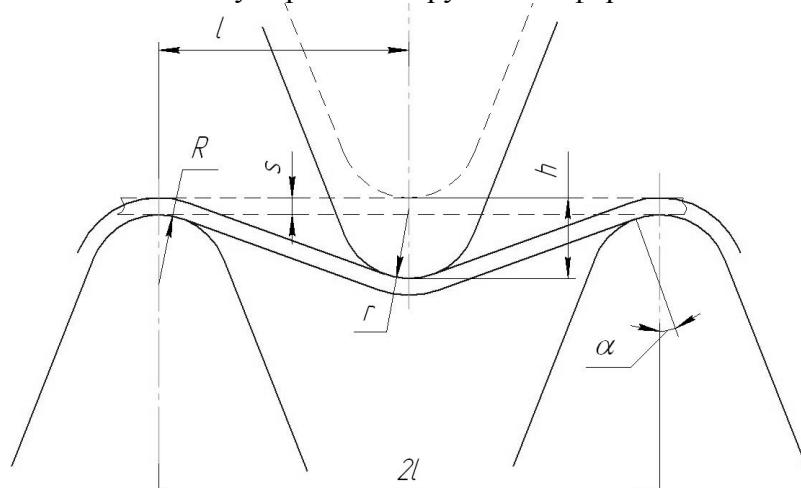


Рис. 1. Схема прогину листа під час штампування

У цій роботі проведено аналіз впливу мікрогеометрії поверхні на напруження, що виникають під час формоутворення регулярних профілів з криволінійними ділянками.

**Модель напружено-деформованого стану під час штампування**

У кожній з точок контакту листа і пуансона крім нормальних реакцій виникають також сили тертя, які направлені проти можливого проковзування листа і вздовж осі  $z$  (направлена перпендикулярно до площини рисунку 1). Згідно уявлень про формозміну матеріалу під час згинання внутрішня частина листа (з радіусом кривизни меншим від радіусу нейтральної поверхні) в напрямку осі  $z$  збільшує довжину [4], а сила тертя протидіє цій можливій деформації. Якщо лист має відносно велику довжину, то сила тертя, направлена вздовж осі  $z$ , зростає і зменшує деформацію розтягу на поверхні листа в цьому напрямку. Якщо коефіцієнт тертя великий, і сила тертя спокою в напрямку осі  $z$  достатня для забезпечення відсутності проковзування в цьому напрямку, то на внутрішній поверхні листа деформація  $\varepsilon_z = 0$ . Тобто напружений стан на внутрішній поверхні заготовки змінить вид з *двохосьового стиску – одноосьового розтягу* на *двохосьовий стиск*. Фактично це призводить до зменшення показника жорсткості напружено-деформованого стану  $\eta$  і зменшення використання ресурсу пластичності металу [5, 6, 7]. З іншого боку великий коефіцієнт тертя між заготовкою та інструментом призводить до підвищення показника жорсткості напруженого стану [3].

Якщо не враховувати змінювання товщини заготовки, то умови деформування постійні вздовж осі  $z$ . На основі вище викладеного можна вважати, що деформація  $\varepsilon_z$  не залежить від  $z$  і може бути представлена у вигляді  $\varepsilon_z = \varepsilon_z(\rho, \theta)$  з граничними умовами:  $\varepsilon_z(r, \theta) = 0$ ,  $\varepsilon_z(\rho_n, \theta) = 0$ ,  $\varepsilon_z(\rho > \rho_n, \theta) < 0$ . Оскільки  $\dot{\varepsilon}_z = \frac{d\varepsilon_z}{d\tau}$ , де  $\tau$  – параметр часу, то  $\dot{\varepsilon}_z = \dot{\varepsilon}_z(\rho, \theta)$ .

Математична модель процесу штампування базується на рівняннях рівноваги для плоского напруженого стану [4]

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0; \\ \frac{\partial \sigma_\rho}{\rho \partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \rho} + 2 \frac{\tau_{\rho\theta}}{\rho} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

рівняннях зв'язку

$$\begin{cases} \sigma_\rho - \sigma = \frac{2}{3} \sigma_u \frac{\dot{\varepsilon}_\rho}{\dot{\varepsilon}_u}, \\ \sigma_\theta - \sigma = \frac{2}{3} \sigma_u \frac{\dot{\varepsilon}_\theta}{\dot{\varepsilon}_u}, \\ \sigma_z - \sigma = \frac{2}{3} \sigma_u \frac{\dot{\varepsilon}_z}{\dot{\varepsilon}_u}, \\ \tau_{\rho\theta} = \frac{1}{3} \sigma_u \frac{\dot{\gamma}_{\rho\theta}}{\dot{\varepsilon}_u}, \end{cases} \quad (2)$$

та умові нерозривності

$$\dot{\varepsilon}_\rho + \dot{\varepsilon}_\theta + \dot{\varepsilon}_z = 0, \quad (3)$$

де  $\sigma_\rho, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{\rho\theta}$  – нормальні та дотичне напруження;  $\dot{\varepsilon}_\rho, \dot{\varepsilon}_\theta, \dot{\varepsilon}_z$  – швидкості відносних

деформацій у відповідних напрямках;  $\dot{\gamma}_{\rho\theta}$  – швидкість відносної деформації зсуву;  $\sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij}$  – середнє напруження (гідростатичний тиск);  $\sigma_u = A e_u^n$  – інтенсивність напружень;  $A$  і  $n$  – параметри кривої зміцнення матеріалу;  $e_u = \ln(\rho/\rho_n)$  – ступінь деформації;  $\rho_n$  – радіус кривизни нейтральної поверхні.

Для ділянки листа, яка піддається згину, за умови нестисливості матеріалу (постійності об'єму) та відсутності деформацій в нейтральному шарі радіус кривизни нейтральної поверхні в загальному випадку визначається

$$\rho_n = (r + 0,5s') \frac{s'}{s} \cdot \frac{z'}{z}, \quad (4)$$

де  $s$  – товщина листа до деформації;  $s'$  – товщина ділянки листа після деформації;  $r$  – внутрішній радіус кривизни заготовки (відповідає радіусу кривизни виступів на пуансоні);  $z$  – довжина ділянки листа вздовж осі  $z$  до деформування;  $z'$  – довжина ділянки листа вздовж осі  $z$  після деформування.

Аналіз виразу (4) показує, що зменшення величини відносного видовження листа в осьовому напрямі  $z'/z$  під час деформування зменшує відносне потоншення листового матеріалу  $(s-s')/s$ , а це призводить до перерозподілу напружень на більшу площу поперечного перерізу і зменшення їх інтенсивності.

Для випадку дії на поверхні листа стискаючих контактних напружень  $\sigma_\kappa(\theta)$  радіус кривизни нейтральної поверхні може бути розрахований [4]

$$\rho_n = \sqrt{r(r+s) \exp \frac{-\sigma_\kappa(\theta)}{\sigma_u}}. \quad (5)$$

Швидкості деформацій визначаються [4]

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_\rho = \frac{\partial \mathcal{G}_\rho}{\partial \rho}, \\ \dot{\epsilon}_\theta = \frac{\partial \mathcal{G}_\theta}{\rho \partial \theta} + \frac{\mathcal{G}_\rho}{\rho}, \\ \dot{\epsilon}_z = \frac{\partial \mathcal{G}_z}{\partial z}, \\ \dot{\gamma}_{\rho\theta} = \frac{\partial \mathcal{G}_\theta}{\partial \rho} + \frac{\partial \mathcal{G}_\rho}{\rho \partial \theta} - \frac{\mathcal{G}_\theta}{\rho}. \end{cases} \quad (6)$$

Для розв'язання сукупності рівнянь (2 – 6) прийемо гіпотезу, що швидкості переміщення точки матеріалу  $v_\theta$  і  $v_z$  можуть бути представлені у виді [8]

$$\begin{cases} \mathcal{G}_\theta = a(\theta) \cdot (\rho - \rho_n) = a \cdot (\rho - \rho_n), \\ \mathcal{G}_z = b(\rho, \theta), \end{cases} \quad (7)$$

де  $a(\theta)$  і  $b(\rho, \theta)$  – деякі функції.

Розв'язуючи (3) з урахуванням (6) і (7), отримаємо

$$\mathcal{G}_\rho = a' \left( \rho_n - \frac{\rho}{2} \right) + \frac{c}{\rho}, \quad (8)$$

де  $a' = \frac{\partial a(\theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial a}{\partial \theta}$ ;  $c$  – константа.

Підставляючи (7) і (8) в (6) після спрощення отримаємо

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_\rho = -\frac{a'}{2} - \frac{c}{\rho^2}; \\ \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{a'}{2} + \frac{c}{\rho^2}; \\ \dot{\varepsilon}_z = 0; \\ \dot{\gamma}_{\rho\theta} = a + \frac{a''(2\rho_n - \rho)}{2\rho}, \quad a'' = \frac{\partial^2 a}{\partial \theta^2}. \end{cases} \quad (9)$$

Функція  $a(\theta)$  визначається з системи рівнянь (9) за умови, що відносні деформації  $\varepsilon_\rho = 0, \varepsilon_\theta = 0, \varepsilon_z = 0, \gamma_{\rho\theta} = 0$  для  $\rho = \rho_n$ . Відносні деформації можна отримати як інтеграл відповідних швидкостей відносних деформацій по параметру часу  $\tau$ . Вважаючи швидкість  $V$  і переміщення пуансона  $h$  відомими, можна записати  $\tau = \frac{h(s')}{V}$ . Тоді з (9) отримаємо

$$\varepsilon_\rho = \int_0^\tau \dot{\varepsilon}_\rho d\tau = - \int_0^{\frac{h(s')}{V}} \left( \frac{a'}{2} + \frac{c}{\rho^2} \right) d\left( \frac{h(s')}{V} \right) = - \frac{1}{V} \int_0^{\frac{h(s')}{V}} \left( \frac{a'}{2} + \frac{c}{\rho^2} \right) d(h(s')), \quad (10)$$

де функція  $h(s') = h$  задана в неявному вигляді системою

$$\begin{cases} h(s') = R + r + \cos \alpha \cdot (l - (R + r) \cdot (1 + \sin \alpha)), \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{(h(s') + s - s') \cdot l}{l^2 - (h(s') - s') \cdot s}, \end{cases} \quad (11)$$

де  $\alpha$  – кут згину листа.

Оскільки  $V \neq 0$  та, як видно з (11) і (10), підінтегральна функція не залежить від зміни товщини листа, то з (10) на основі умови  $\varepsilon_\rho = 0$  для  $\rho = \rho_n$  отримаємо  $c = \frac{-a' \cdot \rho_n^2}{2}$ . Аналогічно для відносної деформації зсуву можна записати, що для  $\rho = \rho_n$   $\gamma_{\rho\theta} = 0$ . На основі розв'язку цієї умови і (11) запишемо

$$a(\theta) = k_1 \cdot \sin(\sqrt{2}\theta) + k_2 \cdot \cos(\sqrt{2}\theta), \quad (12)$$

де  $k_1, k_2$  – константи.

З (12) і (9) отримуємо

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_\rho = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left( 1 - \frac{\rho_n^2}{\rho^2} \right) \left( -k_1 \sin(\sqrt{2}\theta) + k_2 \cos(\sqrt{2}\theta) \right), \\ \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( 1 - \frac{\rho_n^2}{\rho^2} \right) \left( -k_1 \sin(\sqrt{2}\theta) + k_2 \cos(\sqrt{2}\theta) \right), \\ \dot{\varepsilon}_z = 0, \\ \dot{\gamma}_{\rho\theta} = \left( 1 - \frac{\rho_n}{\rho} \right) \left( k_1 \cos(\sqrt{2}\theta) + k_2 \sin(\sqrt{2}\theta) \right). \end{cases} \quad (13)$$

Для плоского напруженого стану

$$\dot{\varepsilon}_u = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{2 \left(1 - \frac{\rho_H^2}{\rho^2}\right)^2 \left(-k_1 \sin(\sqrt{2}\theta) + k_2 \cos(\sqrt{2}\theta)\right)^2 + \left(1 - \frac{\rho_H^2}{\rho^2}\right)^2 \left(k_1 \cos(\sqrt{2}\theta) + k_2 \sin(\sqrt{2}\theta)\right)^2} \quad (14)$$

У [3] розглянуто взаємодію штампової оснастки та листа під час деформування і сформульовано умови проковзування заготовки між поверхнями матриці і пуансону. Величину такого проковзування або його відсутність визначають на основі коефіцієнту тертя  $f$ . Це дозволяє уточнити величину контактних напружень  $\sigma_\rho(r, \theta) = \sigma_\kappa(\theta)$  і  $\tau_{\rho\theta}(r, \theta) = \sigma_\kappa(\theta)f$  на внутрішній поверхні листа (за умови відсутності проковзування), провести розрахунок використаного ресурсу пластичності і напружено-деформованого стану матеріалу під час штампування та визначити коефіцієнти  $k_1$  і  $k_2$  для конкретних умов деформування. Змінність коефіцієнту тертя в різних напрямках забезпечується за рахунок конструктивних особливостей штампової оснастки.

Підставляючи (2), (13), (14) в (1) отримуємо

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \theta} - \frac{2}{3} \sigma_u \frac{\dot{\varepsilon}_\rho - \dot{\varepsilon}_\theta}{\rho \dot{\varepsilon}_u}, \\ \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \theta} = \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sigma_u \frac{\dot{\varepsilon}_\rho - \dot{\varepsilon}_\theta}{\dot{\varepsilon}_u} \right), \end{cases} \quad (15)$$

де

$$\tau_{\rho\theta} = \frac{\sigma_u}{\sqrt{3}} \frac{\left(1 - \frac{\rho_H^2}{\rho^2}\right) \left(k_1 \cos(\sqrt{2}\theta) + k_2 \sin(\sqrt{2}\theta)\right)}{\sqrt{2 \left(1 - \frac{\rho_H^2}{\rho^2}\right)^2 \left(-k_1 \sin(\sqrt{2}\theta) + k_2 \cos(\sqrt{2}\theta)\right)^2 + \left(1 - \frac{\rho_H^2}{\rho^2}\right)^2 \left(k_1 \cos(\sqrt{2}\theta) + k_2 \sin(\sqrt{2}\theta)\right)^2}} \quad (16)$$

Оскільки в крайній точці контакту листа і пуансона з координатами  $\theta = \alpha$  і  $\rho = r$  зсувні напруження рівні нулю, а інтенсивність деформацій не дорівнює нулю, то  $k_1 = -k_2 \cdot \text{tg}(\sqrt{2}\alpha)$ . Таким чином, вирази (12), (13), (14) і (16) набудуть вигляду

$$a(\theta) = k_2 \cdot \frac{\cos(\sqrt{2}\alpha + \sqrt{2}\theta)}{\cos(\sqrt{2}\alpha)}; \quad (17)$$

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_\rho = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\rho_H^2}{\rho^2}\right) k_2 \frac{\cos(\sqrt{2}\alpha - \sqrt{2}\theta)}{\cos(\sqrt{2}\alpha)}, \\ \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\rho_H^2}{\rho^2}\right) k_2 \frac{\cos(\sqrt{2}\alpha - \sqrt{2}\theta)}{\cos(\sqrt{2}\alpha)}, \\ \dot{\varepsilon}_z = 0, \\ \dot{\gamma}_{\rho\theta} = \left(1 - \frac{\rho_H^2}{\rho^2}\right) k_2 \frac{\sin(\sqrt{2}\theta - \sqrt{2}\alpha)}{\cos(\sqrt{2}\alpha)}; \end{cases} \quad (18)$$

$$\dot{\varepsilon}_u = \frac{k_2}{\sqrt{3} \cos(\sqrt{2}\alpha)} \sqrt{2 \left(1 - \frac{\rho_H^2}{\rho^2}\right)^2 \left(\cos(\sqrt{2}\alpha - \sqrt{2}\theta)\right)^2 + \left(1 - \frac{\rho_H^2}{\rho^2}\right)^2 \left(\sin(\sqrt{2}\alpha - \sqrt{2}\theta)\right)^2}; \quad (19)$$

$$\tau_{\rho\theta} = \frac{-\sigma_u}{\sqrt{3}} \frac{\left(1 - \frac{\rho_H}{\rho}\right) \sin(\sqrt{2}\alpha - \sqrt{2}\theta)}{\sqrt{2\left(1 - \frac{\rho_H^2}{\rho^2}\right)^2 (\cos(\sqrt{2}\alpha - \sqrt{2}\theta))^2 + \left(1 - \frac{\rho_H}{\rho}\right)^2 (\sin(\sqrt{2}\alpha - \sqrt{2}\theta))^2}}. \quad (20)$$

З (20) слідує, що поверхневі дотичні напруження не залежать від коефіцієнта тертя, а нормальні – обернено пропорційні. Таким чином, зростання коефіцієнта тертя  $f$  призводить до зменшення поверхневої деформації матеріалу вздовж осі  $z$ , зменшення стискаючих і збільшення зсувних напружень, тобто зростає жорсткість напруженого стану внутрішньої частини листа. Зменшення коефіцієнта тертя  $f$  пом'якшує напружений стан внутрішньої частини листа і збільшує деформацію вздовж осі  $z$ , що призводить до зменшення радіусу кривизни нейтральної поверхні (для листових матеріалів великої ширини). Отже, зі зміною коефіцієнта тертя  $f$  відбуваються два зустрічних процеси, які змінюють жорсткість напруженого стану. Керуючи величиною коефіцієнта тертя в кожному з напрямків, можна підбирати найбільш сприятливі умови для деформування.

### Висновки

1. Представлена математична модель формування заготовок із листового матеріалу дозволяє розрахувати напружено-деформований стан у зоні згину листа.
2. Проведений аналіз показав доцільність формування сили тертя змінної величини в різних напрямках відносно осі матриці і пуансону. Для напрямку вздовж осі регулярного профілю бажано збільшувати коефіцієнт тертя, а в тангенціальному напрямі – коефіцієнт тертя повинен бути мінімальним.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Тришевский О. И. Снижение металлоёмкости гнутых профилей за счёт деформационного упрочнения / О. И. Тришевский, Е. Г. Полстянкин, Р. Ю. Дебердеев // Сталь. – 1988. – № 8. – С. 36 – 37.
2. Стеблюк В. И. Разработка теории и методов интенсификации формоизменяющих операций листовой штамповки: дис... д-ра техн. наук : 05.03.05 / Стеблюк Владимир Иванович. – К., 1998. – 340 с.
3. Savuliak V. Modelling of the process of regular profiles stamping from sheet materials / V. Savuliak // Buletinul institutului politehnic din Iasi. – 2011. – Tomul LVII (LXI). Fasc. 4. – P. 199 – 208.
4. Попов Е. А. Основы теории листовой штамповки / Е. А. Попов. – М.: Машиностроение, 1977. – 278 с.
5. Сивак И. О. Получение гофрированных заготовок методами локальной пластической деформации / И. О. Сивак, В. В. Савуляк // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. – 2003. – С. 392 – 394.
6. Огородников В. А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением / В. А. Огородников. – К.: Вища школа, 1983. – 175 с.
7. Сивак И. О. Штамповання гофрованих заготовок з використанням гідростатичного підпору / И. О. Сивак, В. В. Савуляк // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. – 2004. – С. 331 – 335.
8. Сивак И. О. Дослідження процесу виготовлення гофрованих заготовок / И. О. Сивак, В. В. Савуляк // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. – 2005. – С. 287 – 290.

**Савуляк Віктор Валерійович** – к. т. н., доцент кафедри технології та автоматизації машинобудування.

Вінницький національний технічний університет.