УДК 519.624:624.004:624.15

А. С. Моргун, д. т. н., проф.; Г. М. Ратушна

ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГЕОТЕХНІЧНОГО ПРОЦЕСУ ФУНДАМЕНТНОЇ ПЛИТИ

У статті проілюстровано використання методу граничних елементів для аналізу напружено-деформованого стану ґрунтової основи школи шляхом математичного моделювання процесу роботи фундаментної конструкції під навантаженням.

Ключові слова: *метод граничних елементів, напружено-деформований стан, фундаментні конструкції, дискретизація активної зони.*

Вступ

Тенденція до збільшення обсягів сучасного будівництва поставила перед проектувальниками низку вимог щодо аналізу напружено-деформованого стану (НДС) основ будівель та споруд. Очевидно, що традиційні інженерні методики не дозволяють достатньо достовірно оцінити НДС основ без урахування незворотності їхніх деформацій, а також приймати ефективні проектні рішення.

Розвиток нелінійної механіки ґрунтів та створення потужної комп’ютерної бази в проектних і наукових організаціях стали поштовхом до напрацювання програмних комплексів, у яких реалізовуються математичні моделі ґрунту з урахуванням їхньої пружно-пластичної поведінки.

Розрахунки основ споруд виконуються за двома ніяк не пов’язаним між собою групам граничних станів: за деформаціями (у всіх випадках), за несучою спроможністю (в особливих випадках). Під час визначення несучої здатності ґрунтів не визначають деформацію, під час визначення осідань напруження обмежується величиною, що не відповідає несучій здатності ґрунту. Сучасні задачі проектування основ потребують аналізу НДС основи у всьому діапазоні «навантаження-осідання».

Постановка задачі. Визначення співвідношення

Під час розробки фундаментів споруди виникає необхідність експериментального обґрунтування проектного варіанта фундаменту, що значно збільшує його вартість. Саме за таких умов раціонально використовувати математичне моделювання процесу роботи фундаментної конструкції під навантаженням. У роботі за методом граничних елементів проведено моделювання процесу осідання фундаментної плити школи (рис. 1).

Рис. 1. Фасад будівлі школи

Найбільші труднощі, що виникають під час розрахунку фундаментних конструкцій, пов’язані зі значною фізичною нелінійністю ґрунтової основи споруд (переважно, її стисливістю).

Для оцінки НДС ґрунтового масиву під час зведення та подальшій роботі використано методику розв’язання задачі у фізично-нелінійній постановці, у якій використовується теорія пластичності в поєднанні з числовим методом граничних елементів (МГЕ) та кроково-ітераційною процедурою. Модель ураховує дилатансію та одночасну наявність у ґрунтовій основі зон як граничного, так і дограничного напруженого стану.

Непружна дилатансійна модель дозволяє розглянути граничний стан основи за двома групами (несучою здатністю і деформаціями) у рамках однієї розрахункової моделі (схеми) ґрунту.

До вхідних параметрів моделі ґрунту належать геометричні розміри фундаментної плити та природні фізико-механічні характеристики ґрунту, які взято середньозваженими за чотирма інженерно-геологічними елементами:

$$E = 24224\,кПа,\ \nu = 0{,}33,\ \rho = 1{,}89\, {}^{m}\!/\!_{м^3},$$

$$\rho^{\min} = 1{,}55\, {}^{m}\!/\!_{м^3},\ \rho^{\max} = 2{,}036\, {}^{m}\!/\!_{м^3},\ \varphi = 0{,}329\ радиан,\ c = 32{,}4\ кПа$$

Нормативні значення фізико-механічних характеристик прийнято згідно з даними технічного звіту інженерно-геологічних досліджень. На рис. 2 наведено розміри фундаментної плити школи (рис. 1) та дискретизація активної зони навколо фундаментної ґрунтової основи із 218 трикутних осередків.

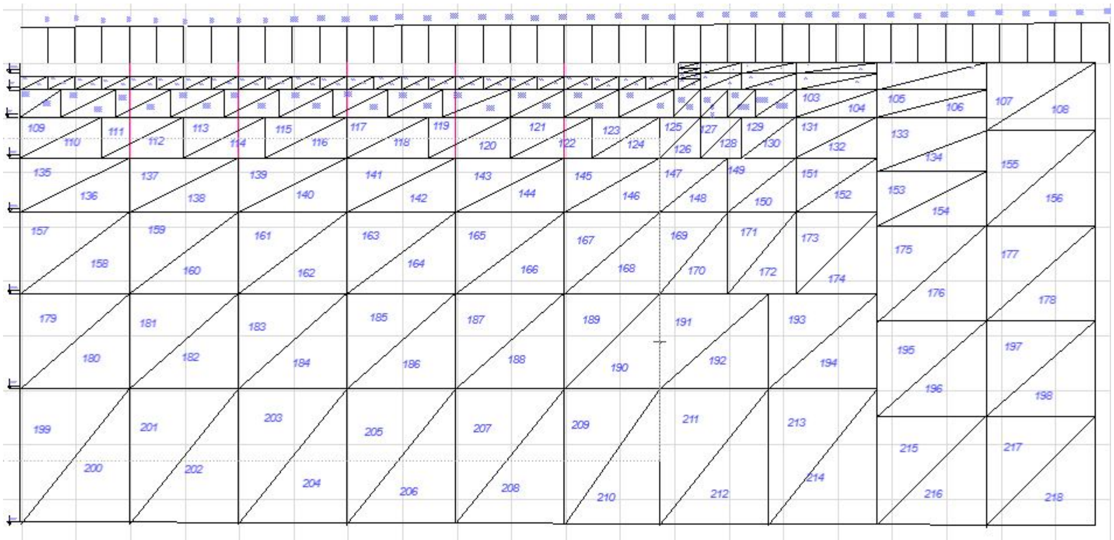

Рис. 2. Дискретизація зони ґрунту біля фундаментної плити

Задача знаходження НДС фундаментної основи та несучої спроможності фундаментної плити полягає у визначенні 15 функцій σ_{ij}, ε_{ij}, u_i, які задовольняють:

– трьом рівнянням рівноваги, які можна записати у вигляді диференціальних рівнянь Лапласа

$$\sigma_{ij,j} + b_j = 0, \tag{1}$$

де $\sigma_{ij,j}$ – похідні за просторовими координатами тензора напруг (запис (1) в умовних позначеннях Ейнштейна); b_j – компоненти об’ємних навантажень.

– шістьом співвідношенням між напруженнями і деформаціями (фізичне рівняння);

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}\,. \tag{2}$$

– шістьом співвідношенням між деформаціями і переміщеннями (геометричним рівнянням)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \tag{3}$$

та граничним умовам в переміщеннях чи напруженнях.

Розв'язок цієї краєвої задачі проведено методом граничних елементів Бреббія [1]. Ця система з 15-ти диференціальних рівнянь в частинних похідних зведена до граничного інтегрального рівняння

$$C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x), \tag{4}$$

де u – заданий вектор швидкостей переміщень на межі палі; $\dot{u}^*, p^*, \sigma^*$ – ядра граничного рівняння – фундаментальні рішення Р. Міндліна для пружної півплощини; Γ, ξ, X – відповідно границя, точка збурення, точка нагляду.

Для числового моделювання тривісного НДС ґрунтової основи використано тензор малих деформацій Коші:

$$\dot{\varepsilon}_{i,j} = \dot{\varepsilon}_{i,j}^e + \varepsilon_{i,j}^p, \tag{5}$$

де $\vec{\varepsilon}_{i,j}$ – вектор повних деформацій; $\vec{\varepsilon}_{i,j}^e$ – пружні деформації ґрунту; $\vec{\varepsilon}_{i,j}^p$ – пластичні деформації ґрунту.

Вектор пластичних деформацій цієї моделі визначався за формулою:

$$\vec{\varepsilon}_{i,j} = \vec{\varepsilon}_{i,j}^e + \sum \vec{\varepsilon}_{i,j}^p + d\vec{\varepsilon}_{i,j}^p \delta_{i,j}. \tag{6}$$

З метою врахування впливу на пластичні деформації ґрунту девіаторних та гідростатичних складників ці частини в напрацьованій дистанційній модель було розділено:

$$\sigma_{i,j} = S_{i,j} + \delta_{i,j}\sigma, \tag{7}$$

де $\sigma_{i,j}$ – компоненти тензора напружень T_σ; $\delta_{i,j}$ – дельта Кронекера; σ – шарова частина T_σ; $S_{i,j}$ – девіаторна частина T_σ.

Взаємозв'язок між швидкістю пластичних деформацій і напруженнями (фізичні рівняння стану під час роботи ґрунту в пластичній стадії) визначено за неасоційованим законом пластичної течії:

$$d\vec{\varepsilon}_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f, \tag{8}$$

де F – пластичний потенціал, дисипативна функція пористого середовища ґрунту; $d\lambda$ – скалярний коефіцієнт простого навантаження; f – критерій переходу до граничного стану за (9); $d\vec{\varepsilon}_{ij}^p$ – вектор пластичних деформацій.

Під час спорудження будівлі на ґрунт основи буде передаватися стискаюче його навантаження від ваги споруди. Ґрунтова основа буде ущільнюватись. При цьому жорсткі контакти між мінеральними частинками ґрунту будуть порушуватися, що призведе до перекомпоновки частинок ґрунту на більш щільну укладку. Саме з цих міркувань для розрахунку осідань будівлі застосовано дилатансійну теорію дисперсних середовищ та класичні поняття механізму формування граничного лобового опору середовища, сформульовані ще К. Терцагі. У використанній роботі моделі для моделювання складних деформаційних процесів задіяно числовий метод граничних елементів.

Руйнування багатошарової ґрунтової основи розпочинається тоді, коли в одному із шарів реалізується умова граничного стану.

Руйнування дисперсного середовища ґрунту відбувається у результаті накопичення пластичних (залишкових) деформацій. Уплив пластичних деформацій проявляється в розвитку і рості переміщень, перерозподілі внутрішніх зусиль.

У роботі за критерій переходу ґрунту в пластичний стан відповідає критерій пластичності Мізеса – Шлейхера – Боткіна при $\sigma_m \geq \rho_0$ та $\sigma_m < \rho_0$ відповідно (рис. 3):

$$f = \begin{cases} T + \sigma_m tg\psi - \tau_3 = 0 \\ T + \rho_0 tg\psi - \tau_3 = 0 \end{cases}, \tag{9}$$

де σ_m – напруження на девіаторній площині: T – інтенсивність дотичних напружень; σ_m – гідростатичний тиск, нормальний складник напружень на площині граничної рівноваги; ρ_0 – рівень гідростатичного тиску, коли ґрунт працює як суцільне середовище (межа переходу від конуса до циліндра на рис. 3); ψ – кут тертя на октаедричній площині.

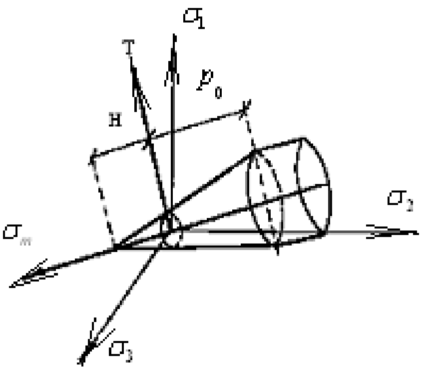

Рис. 3. Поверхня текучості Мізеса – Шлейхера – Боткіна в координатах головних напружень

Дані розрахунку зон МГЕ несучої спроможності фундаментної плити наведено на рис. 4.

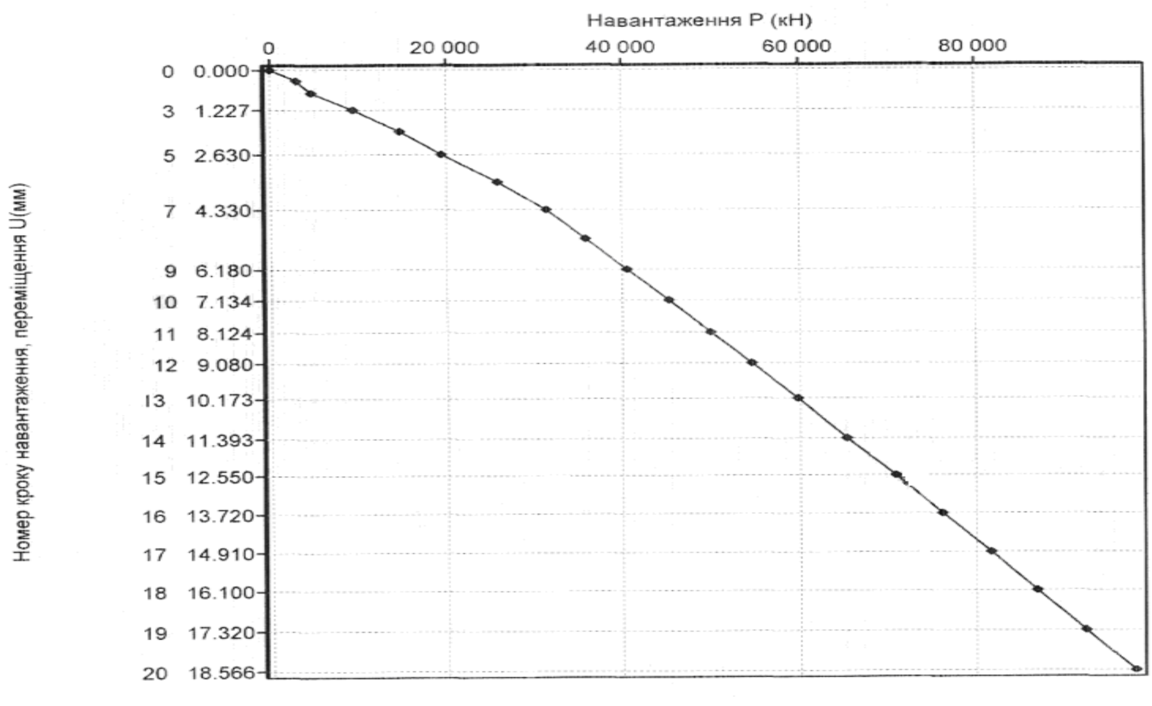

Рис. 4. Графік залежності навантаження-осідання

Якщо вага споруди школи 60000 кН, то її осідання (при товщині фундаментної плити 0,3 м та вищенаведених фізико-механічних характеристик ґрунту відповідно до геологічних досліджень) склало S=10,137 мм, що менше допустимого для споруд такого типу згідно з ДБН В.2.1.9-2009 :

S=1,0137см$<S_u$= 10 см.

Висновки

1. Отже, у якості фундаментної конструкції запропоновано взяти фундаментну плиту товщиною h=0,3 м і розміром 60 x 24 м.

2. Пружно-пластичний розрахунок основ за запропонованою програмою дозволяє значно якісніше оцінювати НДС основ порівняно з інженерними методами та приймати ефективні проектні рішення.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бреббия К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Телес, Л. Вроубел. – М.: Мир, 1987. – 524 с.
2. Моргун А. С. МГЕ в розрахунках паль / А. С. Моргун. – Вінниця: Універсум – Вінниця, 2000. – 130 с.

Моргун Алла Серафимівна – д. т. н., завідувач кафедри промислового та цивільного будівництва.

Ратушна Ганна Михайлівна – студентка інституту будівництва, теплоенергетики та газопостачання.

Вінницький національний технічний університет.