

О. Б. Мокін, д. т. н., доц.; Б. І. Мокін, д. т. н., проф.; Ю. А. Лобатюк;
В. А. Лобатюк

СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ ДІАГНОСТУВАННЯ ПНЕВМАТИЧНОЇ МАГІСТРАЛІ ГАЛЬМІВНОЇ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПОЇЗДА

Здійснено синтез математичної моделі для діагностування пневматичної магістралі гальмівної системи електропоїзда, за допомогою якої можна виявити місце пошкодження цієї магістралі, не залишаючи кабіни електровоза.

Ключові слова: електропотяг, діагностування, пневмопривід, гальмівна система.

Вихідні передумови та постановка завдання. Передачу сигналу на гальмування в гальмівній системі електропоїзда здійснюють по пневматичній магістралі, яка починається з електровоза й закінчується в останньому вагоні й має проміжні з'єднання між кожним із них (рис. 1) у вигляді міжвагонних рукавів.

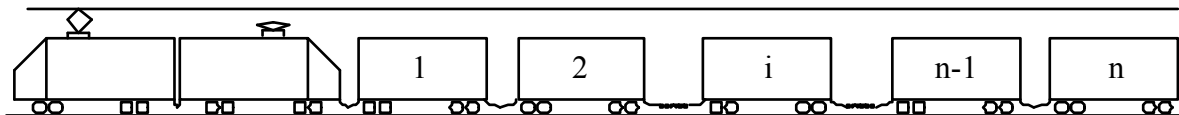


Рис. 1. Спрощена функціональна схема електропоїзда із зображенням міжвагонних рукавів пневматичної магістралі гальмівної системи

Під час руху електропоїзда в цих проміжних з'єднаннях під впливом вібрацій, додаткових прогинів на закругленнях і завихрень повітряних мас, насичених твердими частками, підхопленими завихреними повітряними масами з міжколійної поверхні, можуть виникати обриви, через які відбувається витік із пневматичної магістралі стисненого повітря й падіння тиску в ній. Унаслідок цього спрацьовує аварійна гальмівна система, електропоїзд зупиняється, і бригада поїзда починає візуально шукати місце обриву. При цьому трапляються й такі випадки, коли міжвагонний рукав магістралі не обривається, а в ньому лише виникає тріщина, що ускладнює візуальний пошук несправності, оскільки не завжди член поїзної бригади встигає його оглянути до того, як припиниться свист стисненого повітря, що витікає з пошкодженої магістралі. У таких випадках пошук несправності затягується в часі, а графік руху поїздів колією, на якій аварійно зупинився один із поїздів, порушується, вносячи нервову напругу в роботу диспетчерської служби й завдаючи збитків залізничній службі від зменшення інтенсивності потоку поїздів.

У зв'язку з викладеним вище актуальним є завдання автоматичного пошуку місця витoku стисненого повітря із пневматичної магістралі гальмівної системи електропоїзда за допомогою системи діагностики, змонтованої в кабіні тягового електровоза з виведенням відповідної інформації для машиніста. Для розробки такої діагностичної системи потрібно, насамперед, синтезувати математичну модель, яка адекватно описуватиме процес зміни тиску у пневматичній магістралі гальмівної системи електропоїзда, зумовлений виникненням обриву якогось із міжвагонних рукавів чи тріщини в ньому.

Синтезу саме такої математичної моделі, прив'язаної до гальмівної системи електропоїзда з тяговим електровозом серії ВЛ, і присвячена ця стаття.

Викладення основних результатів. У роботі [1] з використанням результатів роботи [2] показано, що процес зміни тиску у пневмопроводі з відкритим кінцем за умови відсутності проміжних витоків повітря через його стінки описують рівнянням у частинних похідних, що

має вигляд:

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v_*^2} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho v_*^2} \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

де $p(x,t)$ – тиск у пневмопроводі, що вимірюють у H/m^2 , і який під час перехідного процесу, зумовленого обривом, є функцією як осьової координати x пневмопроводу (рис. 2), що вимірюють у m , так і часу t , що вимірюють у c ; v_* – швидкість звуку у стисненому повітрі пневмопроводу, що вимірюють у m/c ; S – площа поперечного перерізу пневмопроводу (рис. 2), що вимірюють у m^2 ; ρ – густина стисненого повітря, що вимірюють у kg/m^3 ; μ_d – динамічний коефіцієнт в'язкості стисненого повітря, що вимірюють у $\frac{H \cdot c}{m^2}$.

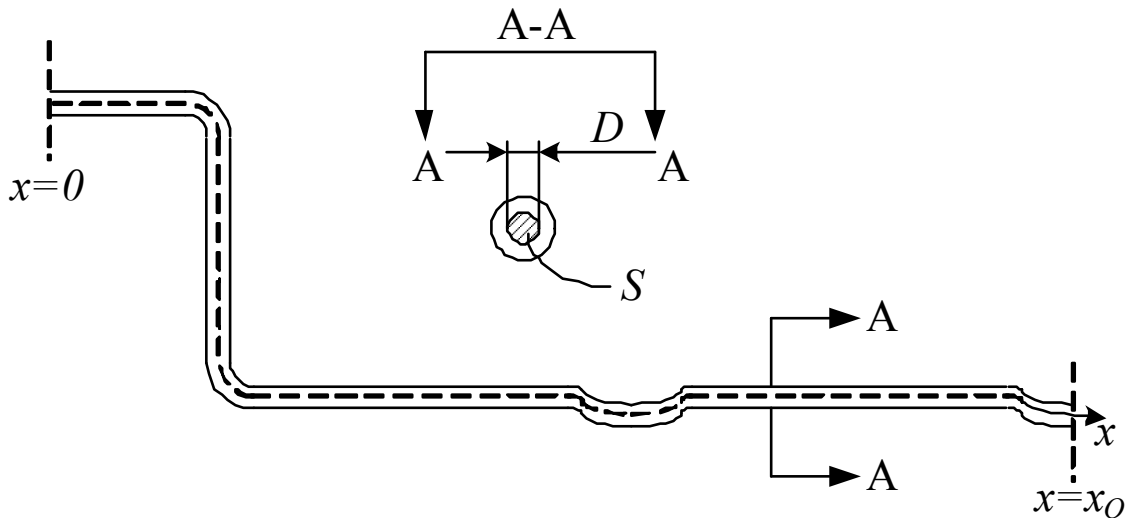


Рис. 2. Спрощена функціональна схема ділянки пневматичної магістралі гальмівної системи електропоїзда від тягового електровоза до другого міжвагонного рукава, що обірвався

Як показано в роботі [3], одним із методів, який широко використовується для розв'язання диференціальних рівнянь у частинних похідних 2-го порядку, є метод розділення змінних, основна ідея якого полягає в тому, що функцію двох змінних $p(x,t)$, яка є розв'язком рівняння (1), шукають у вигляді добутку двох функцій $p_*(x)$, $p_{**}(t)$, кожна із яких є функцією однієї змінної, тобто у вигляді:

$$p(x,t) = p_*(x)p_{**}(t). \quad (2)$$

Підставляючи вираз (2) в рівняння (1) та враховуючи те, що після розділення змінних частинні похідні перетворюються у звичайні, отримуємо

$$p_{**}(t) \frac{d^2 p_*(x)}{dx^2} - \frac{1}{v_*^2} p_*(x) \frac{d^2 p_{**}(t)}{dt^2} - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho v_*^2} p_*(x) \frac{dp_{**}(t)}{dt} = 0. \quad (3)$$

Оскільки швидкість падіння тиску у випадку обриву міжвагонного рукава пневматичної магістралі гальмівної системи є пропорційною поточному тиску як по просторовій координаті x , так і в кожній точці цього пневмопроводу по часовій координаті t , тобто, оскільки для фіксованих значень x_* і t_* будуть справедливими диференціальні рівняння

$$\frac{dp_*(x, t_*)}{dx} = -k_x(t_*)p_*(x, t_*), \quad (4)$$

$$\frac{dp_{**}(x_*, t)}{dt} = -k_t(x_*)p_{**}(x_*, t), \quad (5)$$

то в якості функцій $p_*(x)$, $p_{**}(t)$ у виразі (2) та в рівнянні (3) доцільно взяти розв'язки рівнянь (4) та (5), які матимуть вигляд [4]:

$$p_*(x, t_*) = p_*(x_*, t_*)e^{-k_x(t_*)(x-x_*)}, \quad (6)$$

$$p_{**}(x_*, t) = p_{**}(x_*, t_*)e^{-k_t(x_*)(t-t_*)}. \quad (7)$$

Фізично це зумовлено тим, що пневматична магістраль є накопичувачем лише одного виду енергії – потенціальної енергії стисненого повітря, яка в разі обриву магістралі має лише один канал перетворення в інший вид енергії – кінетичної енергії потоку повітря в навколишнє середовище без, хоча б часткового, проміжного відновлення.

Підставляючи вирази (6), (7) у рівняння (3) та виконуючи диференціювання, отримаємо

$$\begin{aligned} & p_{**}(x_*, t_*)e^{-k_t(x_*)(t-t_*)} (-k_x(t_*))^2 p_*(x_*, t_*)e^{-k_x(t_*)(x-x_*)} - \\ & - \frac{1}{v_*^2} p_*(x_*, t_*)e^{-k_x(t_*)(x-x_*)} (-k_t(x_*))^2 p_{**}(x_*, t_*)e^{-k_t(x_*)(t-t_*)} - \\ & - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho v_*^2} p_*(x_*, t_*)e^{-k_x(t_*)(x-x_*)} (-k_t(x_*)) p_{**}(x_*, t_*)e^{-k_t(x_*)(t-t_*)} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Після відповідних скорочень рівняння (8) спрощуємо до рівняння

$$(-k_x(t_*))^2 - \frac{1}{v_*^2} (-k_t(x_*))^2 - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho v_*^2} (-k_t(x_*)) = 0. \quad (9)$$

А з рівняння (9) маємо

$$k_x(t_*) = \frac{k_t(x_*)}{v_*} \sqrt{1 - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho k_t(x_*)}}. \quad (10)$$

Отримавши вираз (10), ми фактично отримали співвідношення, яке зв'язує між собою диференціальне рівняння в частинних похідних 2-го порядку (1) й розв'язки (6), (7) звичайних диференціальних рівнянь 1-го порядку (4), (5) і яке дозволяє в подальшому для опису процесів у пневматичній магістралі на ділянці від її початку й до точки обриву використовувати кожне із цих диференціальних рівнянь окремо за умови, що одна зі змінних у кожному з них є фіксованою на початковому рівні.

Підставляючи вираз (10) у рівняння (6), ділячи обидві частини цього рівняння на $p_*(x_*, t_*)$ та логарифмуючи перетворене в такий спосіб нове рівняння, отримаємо

$$-(x-x_*) \frac{k_t(x_*)}{v_*} \sqrt{1 - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho k_t(x_*)}} = \ln \frac{p_*(x, t_*)}{p_*(x_*, t_*)}, \quad (11)$$

звідки –

$$x = x_* - \frac{v_*}{k_t(x_*) \sqrt{1 - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho k_t(x_*)}}} \ln \frac{p_*(x, t_*)}{p_*(x_*, t_*)}. \quad (12)$$

Якщо позначити координату точки обриву пневмопроводу x_o (див. рис. 2), а відлік координати x здійснювати від початку цього пневмопроводу, тобто прийняти у формулі (12)

$$\begin{cases} x_* = 0, \\ x = x_o, \end{cases} \quad (13)$$

то вираз (12) набуде такого вигляду

$$x_o = - \frac{v_*}{k_t(0) \sqrt{1 - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho k_t(0)}}} \ln \frac{p_*(x_o, t_*)}{p_*(0, t_*)}. \quad (14)$$

Цей вираз (14) і буде першим складником математичної моделі для діагностування пневматичної магістралі гальмівної системи електропоїзда, оскільки він дозволяє визначити координату x_o точки обриву цієї магістралі. Але, як бачимо, цей вираз містить у собі параметр $k_t(0)$, який може бути визначений лише з іншого диференціального рівняння, тобто з рівняння (7).

Тож у якості другого складника вищевказаної математичної моделі побудуємо вираз для знаходження параметра $k_t(0)$.

Для цього повернемося до рівняння (7). Ділячи обидві його частини на $p_{**}(x_*, t_*)$ та логарифмуючи перетворене в такий спосіб нове рівняння, отримаємо

$$-k_t(x_*)(t - t_*) = \ln \frac{p_{**}(x_*, t)}{p_{**}(x_*, t_*)}, \quad (15)$$

або (з урахуванням першого із співвідношень (13)) –

$$k_t(0) = \frac{1}{t_* - t} \ln \frac{p_{**}(0, t)}{p_{**}(0, t_*)}. \quad (16)$$

Вираз (16) є другим складником нашої математичної моделі, із якої, задаючи значення моменту часу $t = t_1$ за відомого моменту часу t_* , легко знайти конкретне значення параметра $k_t(0)$, що чисельно дорівнюватиме k_t^* , тобто з виразу (16) матимемо

$$k_t^* = \frac{1}{t_* - t_1} \ln \frac{p_{**}(0, t_1)}{p_{**}(0, t_*)}. \quad (17)$$

Однак у реальних умовах важко точно зафіксувати момент часу t_* , у який у пневматичній магістралі виникає обрив, тож для його аналітичного визначення доцільно, прирівнявши праві частини виразу (16) для двох моментів часу t_1 , t_2 , синтезувати допоміжний вираз

$$\frac{1}{t_* - t_1} \ln \frac{p_{**}(0, t_1)}{p_{**}(0, t_*)} = \frac{1}{t_* - t_2} \ln \frac{p_{**}(0, t_2)}{p_{**}(0, t_*)}, \quad (18)$$

з якого і знайти параметр t_* . Отримані вирази (17), (18) ми ідентифікуватимемо як третій складник вищезгаданої математичної моделі.

Для розуміння того, як здійснювати розрахунки за допомогою синтезованої математичної моделі, на рис. 3 представлено геометричну інтерпретацію процесу зміни тиску $p(x, t)$ вздовж просторової координати x на координатній площині xt_*p та в часі t на координатній площині tt_*p в разі обриву пневматичної магістралі гальмівної системи в точці

x_o у момент часу $t_* = 0$.

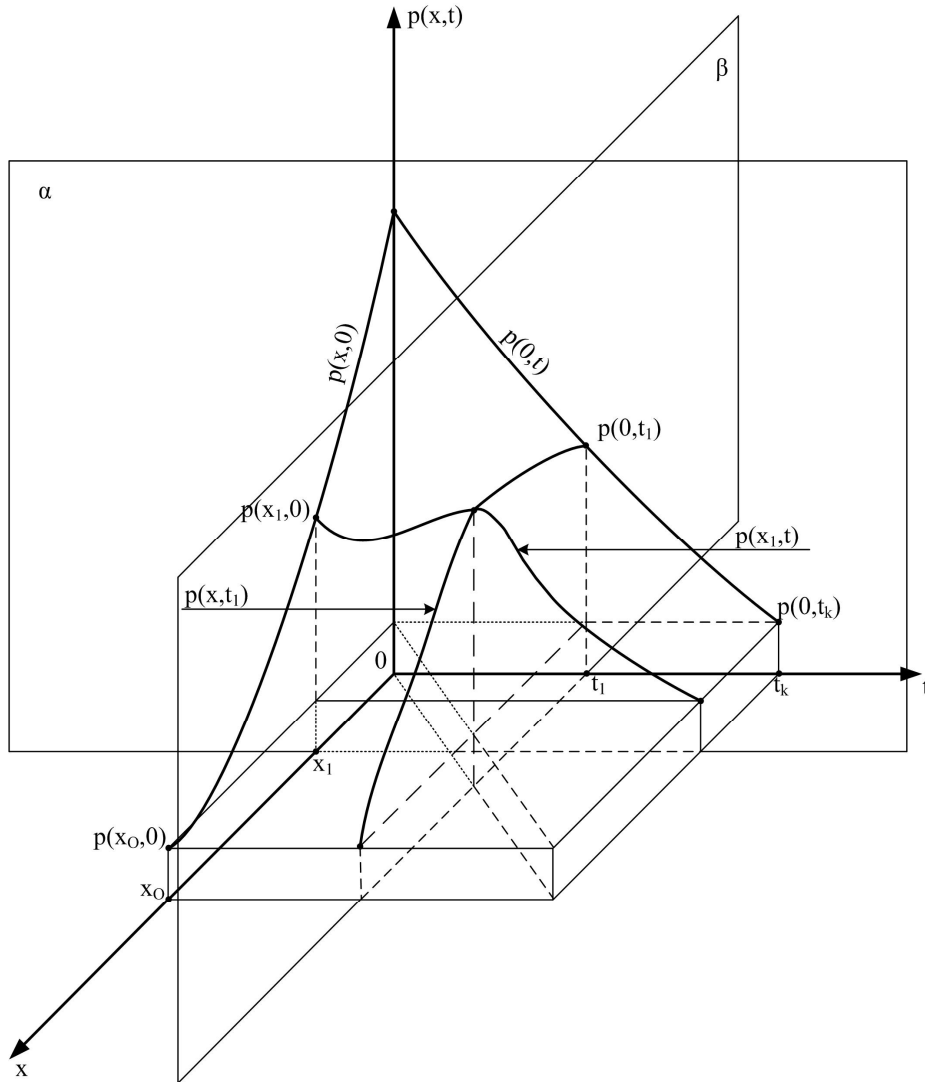


Рис. 3. Геометрична інтерпретація процесу зміни тиску $p(x,t)$ вздовж просторової координати x на координатній площині xt_*p та в часі t на координатній площині tt_*p в разі обриву пневматичної магістралі гальмівної системи в точці x_o в момент часу $t_* = 0$

Із рис. 3 видно, що для того, щоб за умови $x_* = 0$ вирахувати просторову координату x_o точки обриву пневматичної магістралі, який виник у момент часу $t = t_* = 0$, не обов'язково знати всю модельну поверхню $p(x,t)$, а достатньо знати лише лінії її перетину $p(x,t_*)$ та $p(0,t-t_*)$ з відповідними координатними площинами й початкову $p(0,t_*)$ та граничні $p(x_o,t_*)$, $p(0,t_k-t_*)$ умови, які входять у якості складників до синтезованої в цій роботі математичної моделі, визначеної виразами (14) – (18). І оскільки на цих площинах ці лінії перетину є розв'язками (6), (7) диференціальних рівнянь (4), (5), то, працюючи з моделями (14) – (18), слід пам'ятати, що

$$p_*(0,t_*) = p_{**}(0,t_*) = p(0,t_*), \tag{19}$$

$$p_*(x_o,t_*) = p(x_o,t_*) = p_{**}(0,t_k-t_*) = p(0,t_k-t_*), \tag{20}$$

$$p_{**}(0,t) = p(0,t), \quad p_{**}(0,t_1) = p(0,t_1), \quad p_{**}(0,t_2) = p(0,t_2). \tag{21}$$

У тяговому електровозі тиск у непошкодженій пневматичній магістралі гальмівної системи в робочому режимі підтримують на рівні 5,2 атмосфери технічної (нагадаємо, що атмосфера технічна дорівнює 735,66 мм рт. ст. або $0,981 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$) [5]. Виходячи з цих даних, матимемо

$$p(0, t_*) = 5,101 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2. \quad (22)$$

Тиск у місці обриву пневматичної магістралі гальмівної системи дорівнює атмосферному, який, наприклад, у Києві за нормальних погодних умов становить 760 мм рт. ст. або $1,013 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$, а у Вінниці, котра розташована вище над рівнем моря, ніж Київ, атмосферний тиск за нормальних погодних умов дорівнює 735,66 мм рт. ст. або $0,981 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$.

Тож для Києва матимемо

$$p(x_o, t_*) = p(0, t_k - t_*) = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2, \quad (23)$$

а для Вінниці –

$$p(x_o, t_*) = p(0, t_k - t_*) = 0,981 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2. \quad (24)$$

Що ж до значень $p(0, t_1)$, $p(0, t_2)$, потрібних для розрахунків моменту обриву t_* та параметра $k_t(0)$ за формулами (17) та (18), то їх визначають шляхом замірів тиску, що падає на початку пневматичної магістралі гальмівної системи, тобто в точці $x_* = 0$ в моменти часу t_1, t_2 .

Для визначення просторової координати x_o точки обриву пневматичної магістралі гальмівної системи за формулою (14), крім уже визначених вище, потрібно мати значення ще низки параметрів, а саме: S, ρ, μ_d, v_* .

Знаючи діаметр D внутрішнього кола поперечного перерізу міжвагонного рукава пневматичної магістралі гальмівної системи, площу цього перерізу S знайдемо за відомою формулою

$$S = \frac{\pi D^2}{4}, \quad (25)$$

інші два параметри ρ та μ_d візьмемо з роботи [2], а параметр v_* – з довідника [5]. Вони становитимуть

$$\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3, \quad \mu_d = 1,81 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{сек}}, \quad v_* = 348 \frac{\text{м}}{\text{сек}}. \quad (26)$$

Структуру системи діагностики пневматичної магістралі гальмівної системи електропоїзда з використанням розробленої математичної моделі й алгоритм її функціонування в автоматичному режимі буде представлено в наступній статті, яка стане продовженням цієї.

Висновки:

1. Синтезовано математичну модель для діагностування пневматичної магістралі гальмівної системи електропоїзда, за допомогою якої можна визначити просторову координату місця обриву цієї магістралі.

2. Показано, що для визначення просторової координати місця обриву пневматичної магістралі гальмівної системи можна використовувати лише лінії перетину поверхні, якою задається розв'язок диференціального рівняння в частинних похідних 2-го порядку, з

координатними площинами «просторова координата – тиск» та «часова координата – тиск», що дозволяє побудувати для розв'язання поставленого завдання набагато простішу математичну модель, не пов'язану з розкладанням розв'язку цього диференціального рівняння в ряд Фур'є за просторовою координатою, модульованих експонентами, і пошуком необхідної й достатньої кількості членів цього ряду для забезпечення заданої точності розв'язку.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін Б. І. Математичні методи ідентифікації динамічних систем / Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін. – Вінниця: ВНТУ. – 2010. – 260 с.
2. Дмитриев В. Н. Основы пневмоавтоматики / В. Н. Дмитриев, В. Г. Градецкий. – М.: Машиностроение. – 1973. – 360 с.
3. Кошляков Н. С. Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – М.: Высшая школа. – 1970. – 712 с.
4. Шкіль М. І. Вища математика. Книга 2 / М. І. Шкіль, Т. В. Колесник. – Київ: Либідь. – 2010. – 496 с.
5. Кошкин Н. И. Справочник по элементарной физике / Н. И. Кошкин, М. Г. Ширкевич. – М.: Наука. – 1972. – 256 с.

Мокін Олександр Борисович – д. т. н., доцент, завідувач кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів (ВЕТЕСК), e-mail: abmokin@gmail.com.

Мокін Борис Іванович – акад. НАПНУ, д. т. н., проф., професор кафедри ВЕТЕСК, e-mail: borys.mokin@gmail.com.

Лобатюк Юрій Анатолійович – аспірант кафедри ВЕТЕСК.

Лобатюк Віталій Анатолійович – студент інституту електроенергетики та електромеханіки. Вінницький національний технічний університет.