

В. М. Дубовой, д. т. н., проф.; І. В. Пилипенко; Р. С. Стець

ЗАСТОСУВАННЯ МАРКОВСЬКОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ АНАЛІЗУ ВПЛИВУ ЦИКЛІЧНОСТІ НА УПРАВЛІННЯ РОЗГАЛУЖЕНИМ ТЕХНОЛОГІЧНИМ ПРОЦЕСОМ

У статті отримано неоднорідну марковську модель, яка дозволяє оцінити ризик варіантів реалізації циклічного розгалуженого технологічного процесу й обрати реалізацію з мінімальним ризиком. На основі розробленої моделі здійснено прогнозування щодо доцільності кількості повторень циклічного технологічного процесу. Розроблену модель застосовано до технологічного процесу тестування програмного забезпечення.

Ключові слова: *циклічний технологічний процес, марковська модель, ризик.*

Вступ

У багатьох галузях промисловості найбільшого поширення набули складні розгалужено-циклічні технологічні процеси (РЦТП) [1].

Циклічність – властивість РЦТП, за якої операція (або кілька операцій) повторюються. Тут важливе місце посідає прийняття рішення щодо припинення циклічності [1]. Наявність альтернативи повторення як окремого підпроцесу, так і групи підпроцесів і процесу загалом визначає особливість циклічних процесів.

Серед сучасної літератури важливе місце посідає моделювання циклічних економічних процесів [2]. Побудова адекватних математичних моделей економічних циклічних процесів визначає розвиток та застосування новітніх інформаційних технологій для задач автоматизованого аналізу та прогнозу економічних циклів. Серед основоположників математичного моделювання та аналізу економічних циклів такі відомі вчені, як Слуцький, Фріш, Лоуса. Цій тематиці присвячена значна кількість наукових праць, зокрема [3, 4].

Однак дотепер залишаються мало вивченими питання управління розгалуженими технологічними процесами з повторюваністю (циклічністю).

Задача моделювання циклічних РТП ускладнюється через невизначеність кількості повторень циклу, а також через залежність параметрів операцій наступних циклів від параметрів і характеристик попередніх, тому розв'язання задачі моделювання циклічних РТП є **актуальним**.

Хід і результати виконання окремих підпроцесів залежать від вхідних параметрів предмету виробництва і не залежать від того, якими засобами і як ці параметри предмету виробництва отримані. У циклічних РТП на хід виконання одного потоку операцій може впливати хід виконання циклічного потоку операцій, тому можна припустити, що циклічний РТП може бути описаний неоднорідною марковською моделлю [5, 6].

Модель управління розгалуженими технологічними процесами ґрунтується на невизначених циклічних графах і неоднорідних марковських ланцюгах [6,7].

Мета роботи полягає у побудові неоднорідної марковської моделі для циклічних РТП та застосуванні цієї моделі для аналізу впливу циклічності на управління розгалуженими технологічними процесами.

Алгоритм перетворення графа циклічного РТП на ациклічний

Для спрощення застосування марковської моделі до циклічних процесів пропонуємо перетворення циклічного графа виконання операцій РЦТП на еквівалентний йому ациклічний. Схема такого перетворення показана на рис. 1.

Сутність перетворення полягає в поданні кожної реалізації циклу як відгалуженої частини процесу (підпроцесу), перехід до якої здійснюється в результаті прийняття рішення наприкінці попередньої реалізації. На рис. 1 пунктирними стрілками показано вплив операцій попередньої реалізації циклу на операції наступної реалізації.

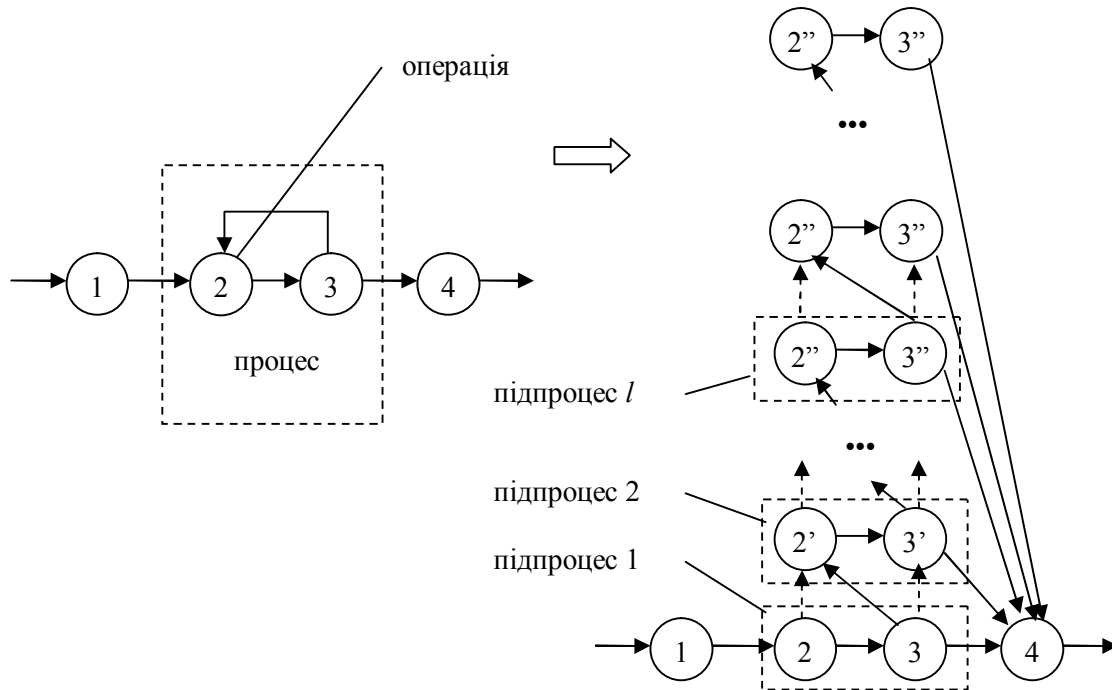


Рис. 1. Схема перетворення циклічного графа на ациклічний

На основі рис. 1 розроблено спосіб перетворення графа розгалуженого технологічного процесу на ациклічний з урахуванням допустимої кратності виконання підпроцесів, у якому за рахунок використання орієнтованих графів та врахування кратності циклів досягається можливість побудови структури технологічного процесу розгалуженого типу в умовах невизначеності входних параметрів, що призводить до зниження втрат та підвищення ефективності під час управління технологічними процесами.

Алгоритм перетворення циклічного графа РЦП зображено на рис. 2. На рисунку позначено: G – матриця суміжності графа; N – кількість вершин; C_i – цикл; $\{C_i\}$ – множини циклів; m – кількість циклів; n_i – кількість вершин в i -ому циклі; k_i – максимальна кратність повторення i -го циклу.

Застосування марковської моделі РТП до циклічних процесів

Представимо застосування марковської моделі РТП до циклічних процесів, ураховуючи перетворення циклічного графа на еквівалентний йому ациклічний.

Марковську модель технологічного процесу представимо як сукупність марковських моделей операцій і підпроцесів P_i . За основу візьмемо неоднорідну марковську модель [8].

На рис. 3 зображено приклад графа зміни станів операції. Під «станом» будемо розуміти сукупність значень параметрів операції.

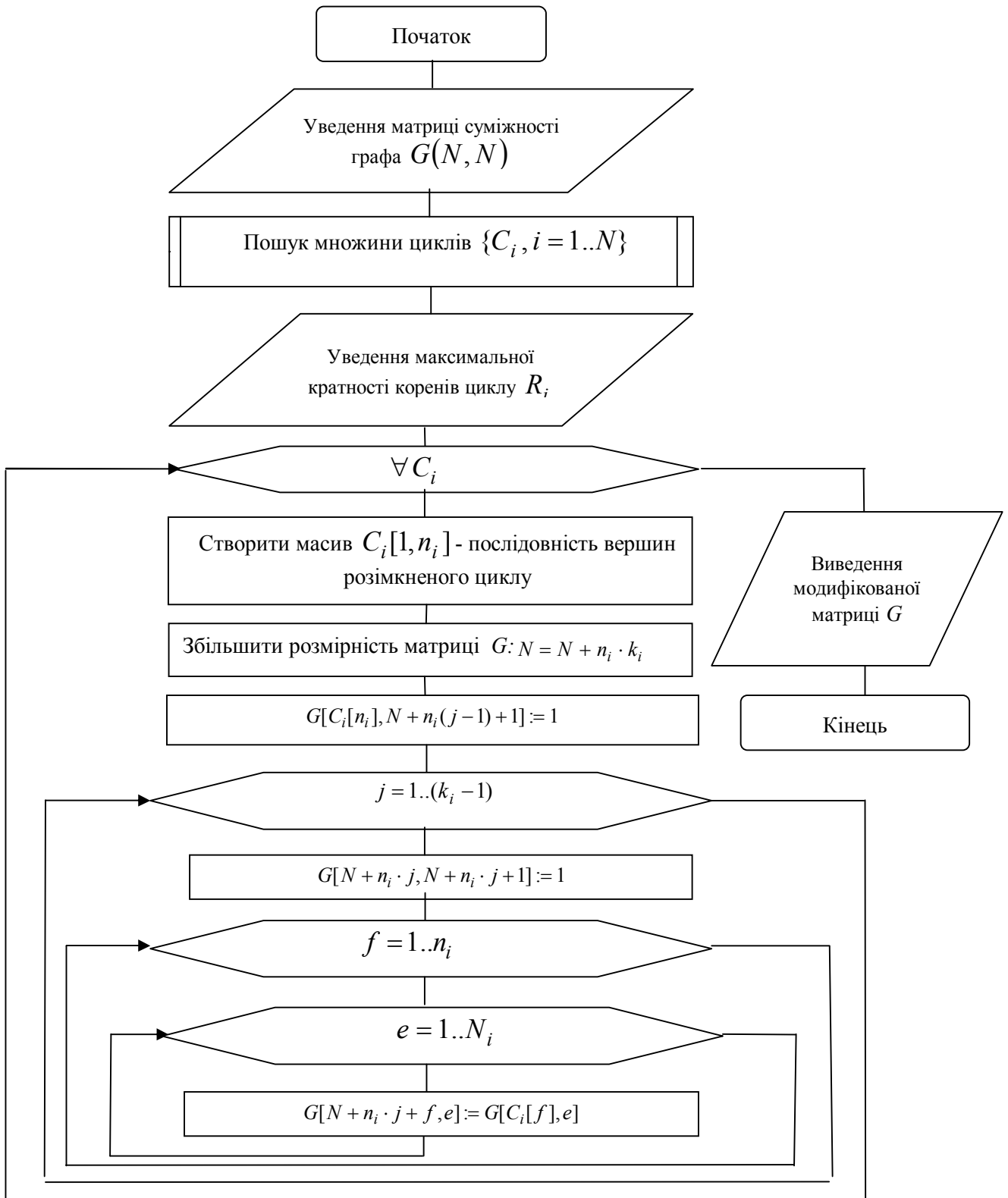


Рис. 2. Алгоритм перетворення графа РТП на ациклічний з урахуванням допустимої кратності виконання підпроцесів

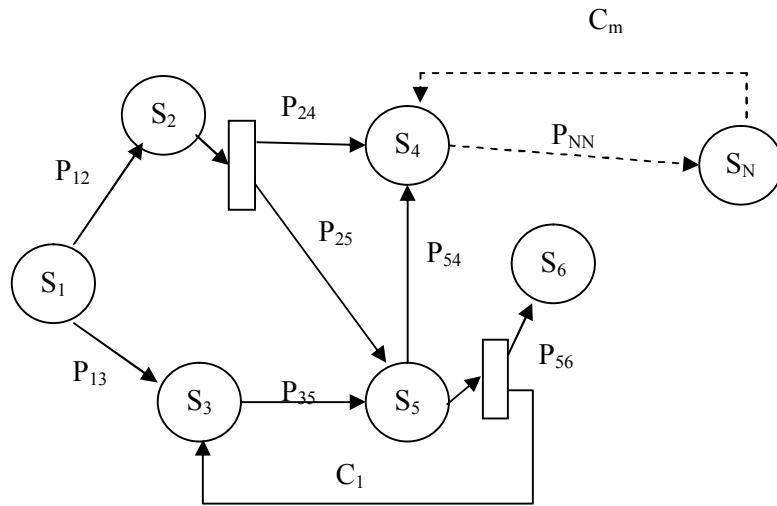


Рис. 3. Граф зміни станів операції

Нехай m – максимальна кількість станів операції циклічного РТП. Позначимо через b_{ij} вірогідність переходу операції зі стану S_i в стан S_j . Тоді вірогідності переходів операції з одного стану в інший описують матрицею

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mm} \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Схема взаємозв'язку між станами операцій та зміст позначень зображено на рис. 4.

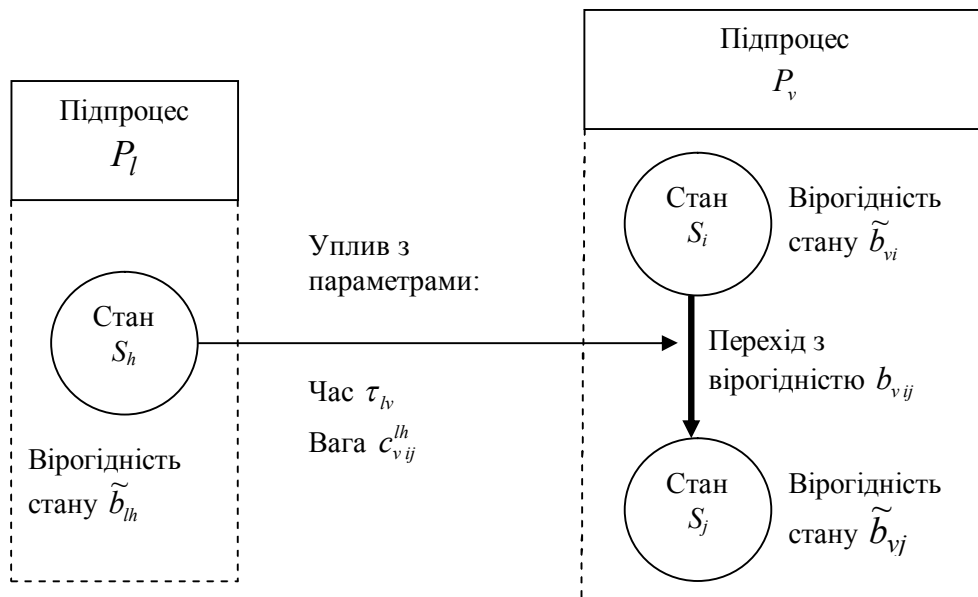


Рис. 4. Схема зв'язку параметрів марковської моделі операцій РТП

Оскільки перехідні вірогідності є змінними, що зумовлено взаємним впливом операцій

двох послідовних підпроцесів, то марковська модель циклічного РТП є неоднорідною.

В [8] також наведена лінеаризована модель для оцінювання вірогідності стану двох підпроцесів

$$\tilde{b}_{vj} = \sum_{i=1}^m \left\{ \tilde{b}_{vi} \cdot \left[c_{vij}^{00} + \sum_{l=1}^n \sum_{h=1}^m (c_{vij}^{lh} \cdot \tilde{b}_{lh}) \right] \right\}, v=1..n, \quad i, j=1..m, \quad (2)$$

де $\tilde{B}^{(k)}$ – матриця вірогідностей станів підпроцесів; C_v – 4-вимірний масив вагових коефіцієнтів $[n, m, n+1, m+1]$.

Елемент матриці $c_{vij}^{lh} \in C_v$ визначає вплив h -го стану l -го підпроцесу на вектор перехідних вірогідностей v -го підпроцесу. Елемент c_{vij}^{00} – вірогідність переходу v -го підпроцесу з i -го в j -й стан без урахування впливу інших підпроцесів.

Ураховуючи детермінований характер послідовності операцій РЦТП і те, що розглядається вплив операції попереднього підпроцесу на хід аналогічної операції наступного підпроцесу, тобто $l = v - 1$, модель (2) спрощується

$$\tilde{b}_{vj} = \sum_{i=1}^m \left\{ \tilde{b}_{vi} \cdot \left[c_{vij}^{00} + \sum_{h=1}^m (c_{vij}^{(v-1),h} \cdot \tilde{b}_{(v-1),h}) \right] \right\}.$$

Будемо розглядати номер стану операції як вектор параметрів X . Тоді модель (2) матиме вигляд

$$\tilde{b}_v(X_j) = \sum_{i=1}^m \left\{ \tilde{b}_v(X_i) \cdot \left[c_v^{00}(X_i, X_j) + \sum_{h=1}^m (c_v^{v-1,h}(X_i, X_j) \cdot \tilde{b}_{v-1}(X_h)) \right] \right\}. \quad (3)$$

Якщо врахувати вплив підпроцесу $v-2$, то отримаємо

$$\tilde{b}_{v-1}(X_h) = \sum_{i=1}^m \left\{ \tilde{b}_{v-1}(X_i) \cdot \left[c_{v-1}^{00}(X_i, X_h) + \sum_{r=1}^m (c_{v-1}^{v-2,r}(X_i, X_h) \cdot \tilde{b}_{v-2}(X_r)) \right] \right\}. \quad (4)$$

Ураховуючи, що співвідношення (3) і (4) є моделями різних реалізацій одного і того ж підпроцесу, можна записати

$$\begin{aligned} c_v^{00}(X_i, X_j) &= c_{v-1}^{00}(X_i, X_j) = c_1; \\ c_v^{v-1,h}(X_i, X_j) &= c_{v-1}^{v-2,h}(X_i, X_j) = c_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Підставляємо (4) в (3) і з урахуванням (5) отримуємо

$$\tilde{b}_v(X_j) = \sum_{i=1}^m \left\{ \tilde{b}_v \cdot \left[c_1 + \sum_{h=1}^m \left(c_2 \cdot \sum_{i=1}^m \{ \tilde{b}_{v-1} \cdot [c_1 + \sum_{r=1}^m (c_2 \cdot \sum_{i=1}^m \{ \tilde{b}_{v-2} \cdot [c_1 + \sum_{r=1}^m (c_2 \cdot \tilde{b}_{v-3}) \} \} \} \} \right) \right] \right\}. \quad (6)$$

Узагальнивши (6), отримуємо

$$\tilde{b}_v(X_j) = \sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^{v+1} \left\{ \sum \cdots \sum_{(h-1)} c_1 c_2^{h-1} \prod_{r=0}^{h-1} \tilde{b}_{v-h}(X_i) \right\}.$$

На основі марковської моделі можна визначити ризик реалізації циклічного РТП, що дасть змогу покращити якість рішень під час управління розгалужено-циклічними технологічними процесами.

Застосування марковської моделі до процесу тестування програмного забезпечення

Запропонована модель застосована до процесу тестування програмного забезпечення

(ПЗ) як розгалужено-циклічного технологічного процесу. Схема процесу тестування зображена у вигляді графа на рис. 5.

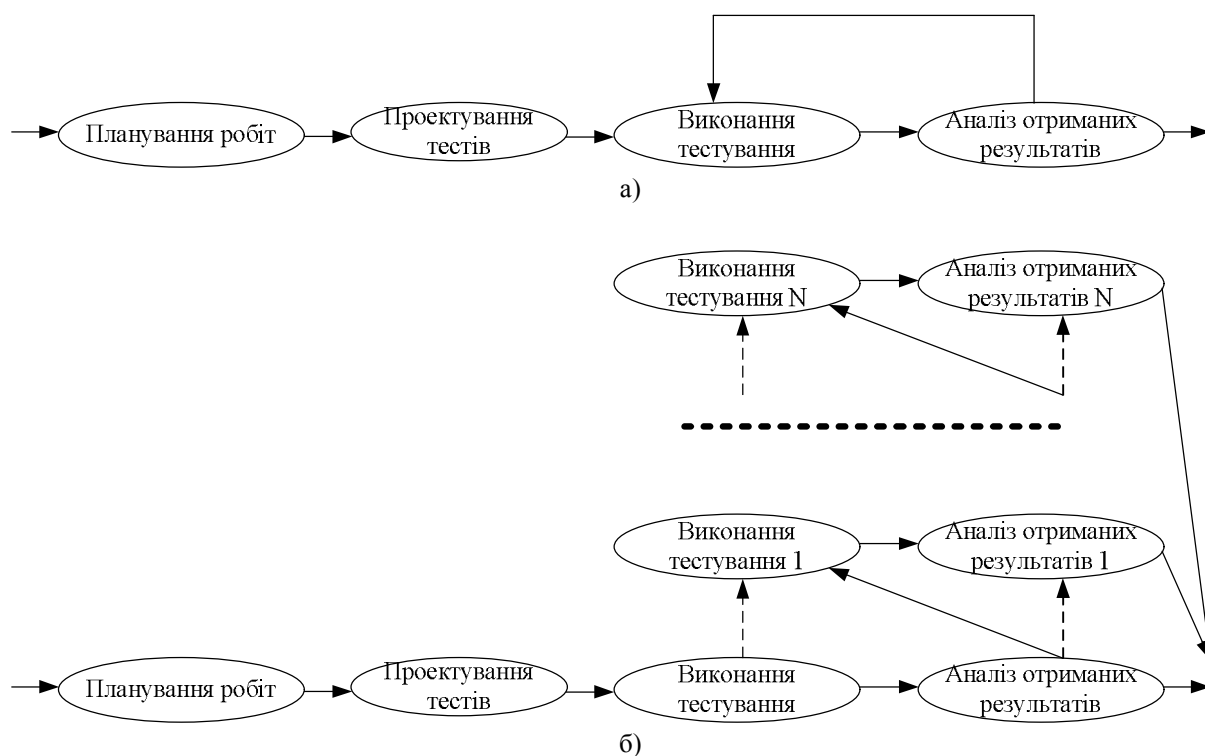


Рис. 5. Процес тестування ПЗ:
а) циклічний граф процесу;
б) перетворення циклічного графа в ациклічну форму

Тестування – це одна з технік контролю якості, до якої входять:

- планування робіт (Test Management);
- проектування тестів (Test Design);
- виконання тестування (Test Execution);
- аналіз отриманих результатів (Test Analysis) [9].

Ці чотири етапи є операціями процесу тестування ПЗ. Кожна операція містить стани, які варіюються залежно від вхідних параметрів та параметрів виконання попередньої операції. Зокрема «Планування робіт (Test Management)» містить такі параметри, які впливають на стан операції:

- інформацію про структуру ПЗ або систему в документації («біла скринька»);
- тестові набори даних для перевірки правильності роботи компонентів і системи загалом без знання їхньої структури («чорна скринька»);
- граничні значення, таблиці прийняття рішень, потоки даних, статистику відмов і ін.;
- блок-схеми побудови програм і набори тестів для покриття системи цими тестами та ін.

Підпроцес «Виконання тестування» – «Аналіз отриманих результатів» виконується циклічно доти, доки виявлення дефектів стане мінімальним. При цьому після першого циклу виконання підпроцесу на операцію «Виконання тестування» впливатиме результат попереднього циклу, тобто результат операції «Аналізу». При цьому вхідні дані для виконання наступного циклу будуть варіюватися, оскільки вони залежать від результатів виконання процесу на попередньому циклі.

В залежності від того, яким чином буде знайдено дефект, стан операції знаходження

дефекту буде варіюватися:

- 1) ми дізнаємося (або вже знаємо) очікуваний результат;
- 2) ми дізнаємося (або вже знаємо) фактичний результат;
- 3) ми порівнюємо 1 та 2 пункти.

Стан операції також буде визначатися тестовими даними, які використовуються для перевірки роботи системи і складаються різними способами: генератором тестових даних, проектною групою на основі документів або наявних файлів, користувачем зі специфікації вимог та ін.

На основі відомої схеми зв'язків параметрів марковської моделі РТП показемо приклад розрахунку вірогідності стану підпроцесу системи на кількох операціях.

Маємо 2 підпроцеси P_1 та P_2 . Нехай підпроцес P_1 має 1 стан – S_1 із вірогідністю \tilde{b}_{11} ; а підпроцес P_2 має 2 стани – S_1, S_2 із відповідними вірогідностями \tilde{b}_{21} та \tilde{b}_{22} . Стан S_1 підпроцесу P_2 переходить у стан S_2 із вірогідністю b_{212} . Стан S_1 підпроцесу P_1 впливає на перехід між станами $S_1 - S_2$ підпроцесу P_2 : вплив з часом τ_{12} , вплив з вагою c_{212}^{11} . Складемо таблицю значень (табл. 1).

Таблиця 1

Параметри марковської моделі РТП тестування ПЗ

Цикл	Операція	Стан	Вірогідність стану	Уплив		Перехід із вірогідністю
				час	вага	
P_1	Операція 1	S_1	$b_{11} = 0,2$	$\tau_{12} = 2$	$c_{212}^{11} = 0,3$	$b_{212} = 0,7$
P_2	Операція 1	S_1	$b_{21} = 0,4$			
		S_2	$b_{22} = 0,6$			

Отже, розрахуємо вірогідність того, що 2-а (P_2) операція системи після виконання 4 циклів буде у 2-му (S_2) стані

$$\tilde{b}_{22}^{(4)} = \tilde{b}_{21}^{(4-1)} \cdot \left[b_{11} + \left(c_{212}^{12} \cdot \tilde{b}_{11}^{(4-2)} \right) \right];$$

$$\tilde{b}_{22}^{(4)} = (0,4)^3 \cdot (0,2 + 0,3 \cdot 0,2^2) = 0,013568.$$

Після 3 циклів:

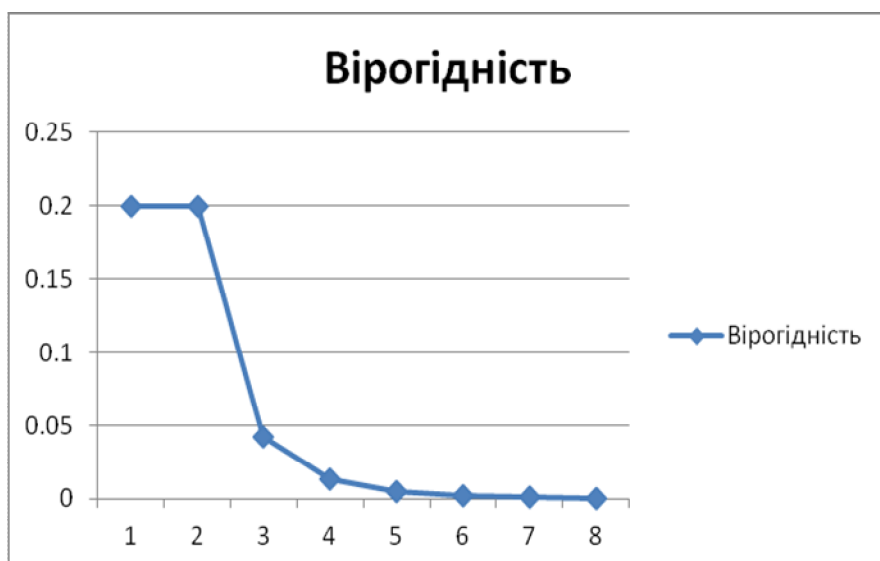
$$\tilde{b}_{22}^{(3)} = (0,4)^2 \cdot (0,2 + 0,3 \cdot 0,2^1) = 0,0416.$$

Після 2 циклів:

$$\tilde{b}_{22}^{(2)} = (0,4)^1 \cdot (0,2 + 0,3 \cdot 0,2^0) = 0,2.$$

Покажемо залежність вірогідності стану операції P_2 системи від кількості циклів виконання на рис. 6.

К-сть циклів	Вірогідність
1	0.2
2	0.2
3	0.0416
4	0.01
5	0.00518144
6	0.002052915
7	0.000819593
8	0.000327711

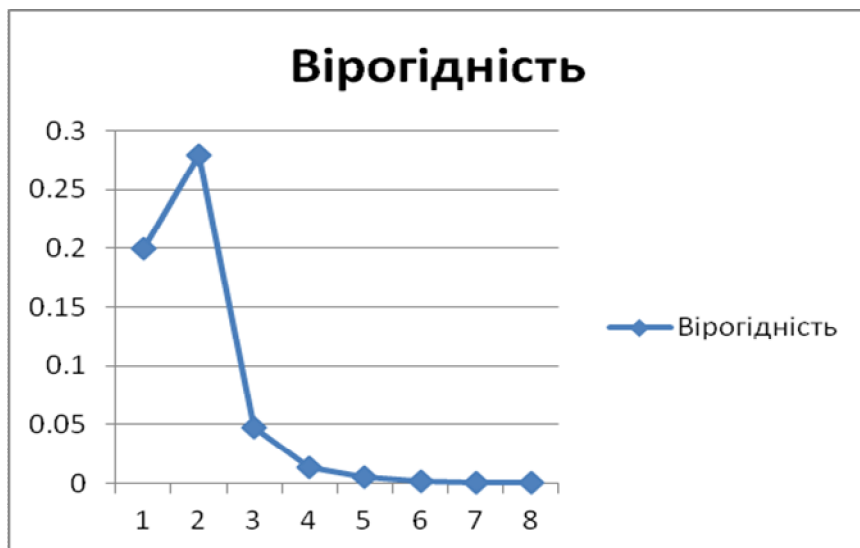
Рис. 6. Залежність вірогідності стану підпроцесу P_2 від кількості операцій виконання

Побудуємо графіки для різних параметрів марковської моделі та проаналізуємо їхню природу.

Наприклад, будемо варіювати параметр марковської моделі вплив із вагою c_{212}^{11} (рис. 7).

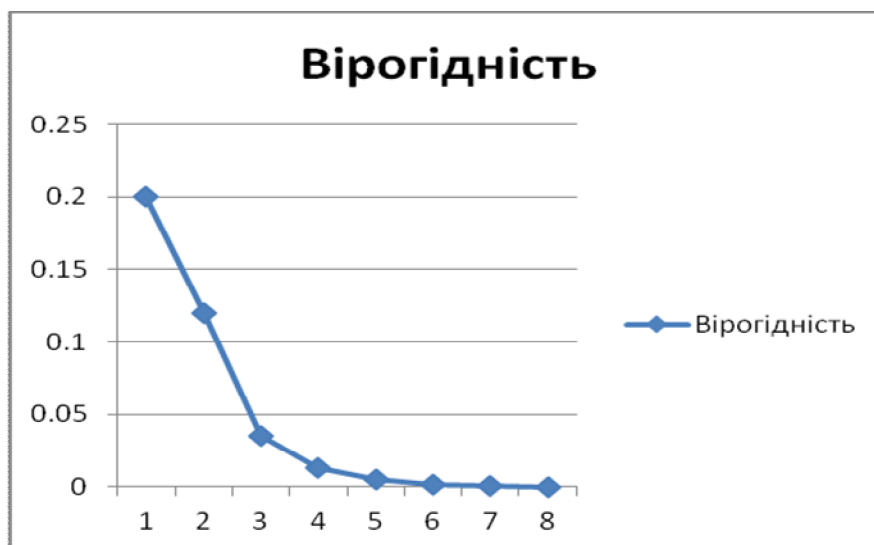
$$c_{212}^{11}=0,5$$

К-сть циклів	Вірогідність
1	0.2
2	0.28
3	0.048
4	0.01
5	0.0052224
6	0.002056192
7	0.000819855
8	0.000327732

Рис. 7. Залежність вірогідності стану операції P_2 від кількості циклів виконання за варіації параметру ваги впливу

$$c_{212}^{11}=0,1$$

К-сть циклів	Вірогідність
1	0.2
2	0.12
3	0.0352
4	0.01
5	0.00514048
6	0.002049638
7	0.000819331
8	0.00032769



$$c_{212}^{11}=0,9$$

К-сть циклів	Вірогідність
1	0.2
2	0.44
3	0.0608
4	0.02
5	0.00530432
6	0.002062746
7	0.00082038
8	0.000327774



Рис. 7. Залежність вірогідності стану операції P_2 від кількості циклів виконання за варіації параметру ваги впливу (продовження)

Отже, зі зростанням кількості циклів виконання підпроцесу вплив на вірогідність стану збільшується. Це зумовлено взаємним впливом підпроцесів, що визначає неоднорідність марковського ланцюга.

Для цього випадку стан S_1 є бажаним для операції P_2 , а стан S_2 – небажаним, тобто вірогідність небажаного стану S_2 зменшується зі зростанням кількості циклів виконання підпроцесу.

Висновки

Побудовано неоднорідну марковську модель для циклічних РТП. Запропоновано застосування цієї моделі для аналізу впливу циклічності на управління розгалуженими технологічними процесами. Отриманий ациклічний граф разом із неоднорідною марковською моделлю дозволяють оцінити ризик варіантів реалізації циклічних РТП і обрати реалізацію з мінімальним ризиком.

Використання таких моделей в умовах невизначеності є перспективним для управління широким класом РЦТП.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Дубовой В. М. Оцінювання ризику розгалужено-циклічних технологічних процесів / В. М. Дубовой, І. В. Пилипенко, А. В. Денисов // Вісник ХНУ. – 2011. – № 6. – С. 165 – 168.
2. Горкуненко А. Б. Математичне моделювання економічних циклічних процесів для їх автоматизованого аналізу та прогнозу / А. Б. Горкуненко, С. А. Лупенко, А. М. Луцків // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2010. – № 3. – С. 269 – 275.
3. Слуцкий Е. Е. Сложение случайных причин как источник циклических процессов / Е. Е. Слуцкий // Вопр. Конъюнктуры. – 1997. – Т. 3, вып. 1. – С. 34 – 64.
4. Louçã F. Turbulence in Economics: An Evolutionary Appraisal of Cycles and Complexity in Historical Processes / Louçã F. – Cheltenham : Edward Elgar, 1997. – 400 p.
5. Баруча-Рид А. Т. Элементы теории марковских процессов и их приложения / А. Т. Баруча-Рид. – М. : «Наука», 1969. – 512 с.
6. Дубовой В. М. Марковська модель прийняття рішень розгалужено-циклічними технологічними процесами / В. М. Дубовой, І. В. Пилипенко, О. Д. Никитенко // Вісник ВПІ. – 2012. – № 6. – С. 130 – 135.
7. Dubovoy V. M. Uncertain graph as the model of branching technological processes / V. M. Dubovoy, I. V. Pylypenko, G. Y. Derman / Nauka i studia. – 2013. – № 17 (85). – P. 27 – 33.
8. Дубовой В. М. Моделі прийняття рішень в управлінні розподіленими динамічними системами : монографія / В. М. Дубовой, О. О. Ковалюк. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – 190 с.
9. Савин Р. Тестирование Dot Ком, или Пособие по жестокому обращению с багами в интернет-стартапах / Р. Савин. – М. : Дело, 2007. – 312 с.

Дубовой Володимир Михайлович – д. т. н., професор, завідувач кафедри комп'ютерних систем управління.

Пилипенко Інна Віталіївна – аспірант кафедри комп'ютерних систем управління.

Стець Роман Сергійович – студент кафедри комп'ютерних систем управління.
Вінницький національний технічний університет.