

УДК 620.91+621.311.24

Б. І. Мокін д. т. н., проф.; О. Б. Мокін, к. т. н., доц.; О. А. Жуков**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ СИЛ, ЩО ДІЮТЬ НА ВІТРОВЕ КОЛЕСО
З ВЕРТИКАЛЬНОЮ ВІССЮ ОБЕРТАННЯ, ПРИ НЕНУЛЬОВИХ
КУТАХ ПОВОРОТУ ЛОПАТЕЙ**

Побудовано векторні діаграми швидкостей повітряних потоків, що діють на лопаті вітрового колеса з вертикальною віссю обертання, та сил, створюваних цими потоками, при ненульових кутах повороту лопатей. Запропоновано математичні моделі, що зв'язують між собою ці швидкості, сили й кути в процесі обертання вітрового колеса.

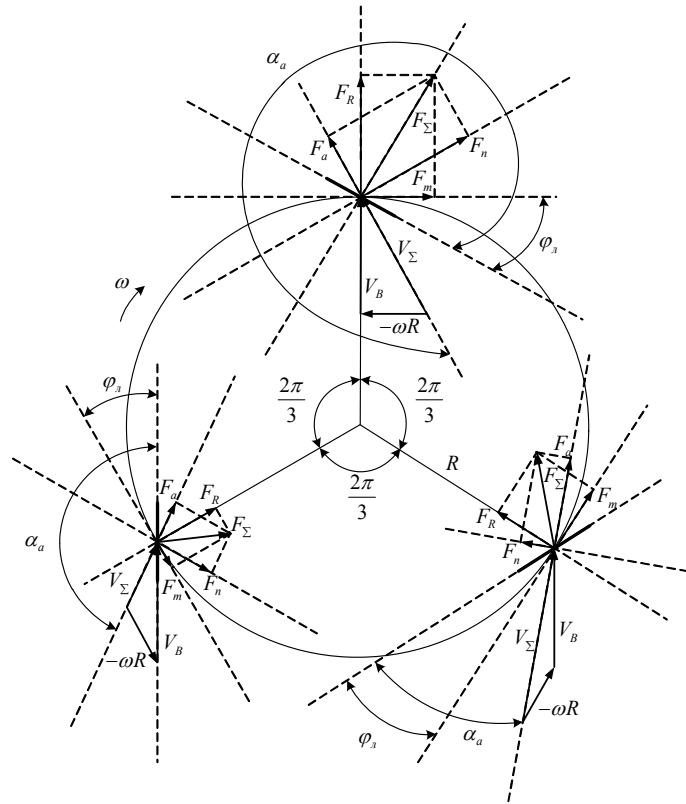
Ключові слова: вітрова електрична станція, вітровий двигун з вертикальною віссю обертання, швидкість вітру, кут повороту лопатей, кут атаки, аеродинамічна сила.

Постановка задачі

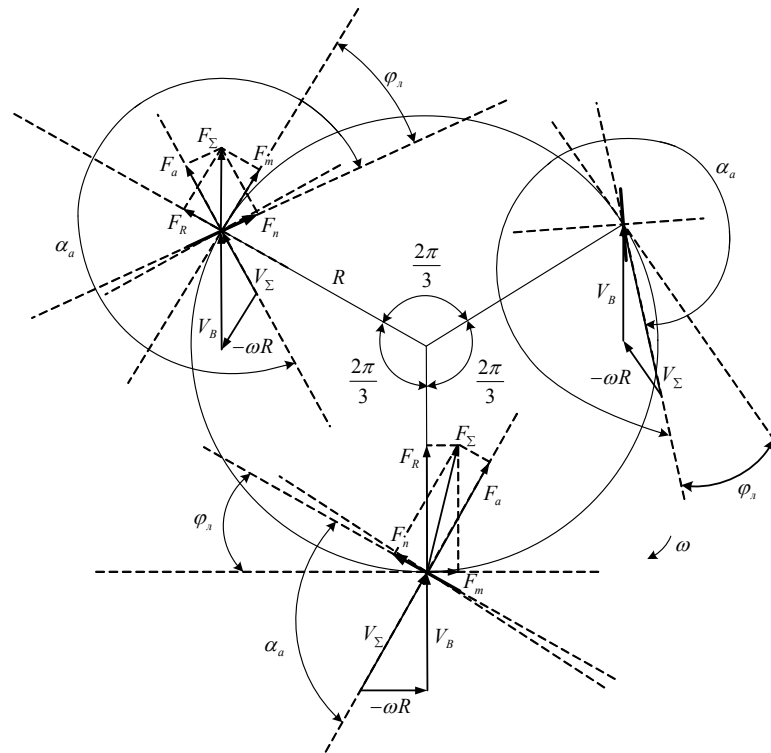
У роботі [1] показано, як побудувати прості й ефективні математичні моделі, за допомогою яких можна здійснити аналіз сил, що виникають при обертанні вітрового колеса з вертикальною віссю. Але ці моделі були отримані за умови нульового кута повороту лопатей вітрового колеса. Однак для практичного використання більш корисними є математичні моделі, які враховували б ненульове значення кута повороту лопатей. Отриманню саме таких моделей вітрового колеса з вертикальною віссю обертання і присвячена ця робота.

Розв'язання задачі

Використовуючи теорію аеродинаміки [2], побудуємо векторні діаграми швидкостей і сил для вітрового колеса з вертикальною віссю обертання і трьома лопатями, рознесеними на кут $2\pi/3$, горизонтальний переріз якого приведено на рис. 1 разом із векторними діаграмами для двох, зміщених по відношенню один до одного на 180° , положень вітрового колеса. На цих векторних діаграмах ω – кутова швидкість обертання вітрового колеса навколо осі, V_v – швидкість вітрового потоку, R – радіус вітрового колеса, ωR – окружна швидкість лопаті, V_Σ – швидкість результуючого вітрового потоку, що набігає на лопать, φ_l – кут повороту лопаті відносно площини, перпендикулярної до радіуса вітрового колеса в точці закріплення лопаті, α_a – кут атаки лопаті результуючим вітровим потоком при ненульовому куті φ_l її повороту, F_a – сила аеродинамічного тиску результуючого вітрового потоку на лопать, F_n – аеродинамічна підйомна сила, що діє на лопать, F_Σ – результуюча аеродинамічна сила, що діє на лопать, F_R – радіальна сила лобового вітрового тиску на лопать, F_m – сила тяги, яка створює обертовий момент.



a)



б)

Рис. 1. Векторні діаграми швидкостей повітряних потоків, що діють на лопаті вітрового колеса з вертикальною віссю обертання, та сил, створюваних цими потоками, при ненульових значеннях кута повороту лопатей, побудовані для двох, зміщених на 180^0 положень вітрового колеса

Звертаємо увагу на те, що на цих векторних діаграмах відлік кутів атаки й повороту лопатей здійснюється від площини лопаті проти годинникової стрілки, що дозволяє значення цих кутів в математичних моделях записувати зі знаком «плюс».

При побудові математичних моделей сил, що діють на лопать вітрового колеса з вертикальною віссю обертання при ненульових кутах її повороту відносно площини, перпендикулярної радіусу вітрового колеса, будемо використовувати ту ж аналогію, що запропонована в роботі [1].

Це дає нам право для сили F_{Σ} , яка створюється аеродинамічним тиском сумарного повітряного потоку, записати математичну модель у вигляді:

$$\begin{aligned} F_{\Sigma 1} &= F_{\max} \sin(\omega t + \alpha_{an} + \varphi_l), \\ F_{\Sigma 2} &= F_{\max} \sin(\omega t + \alpha_{an} + \varphi_l - 2\pi/3), \\ F_{\Sigma 3} &= F_{\max} \sin(\omega t + \alpha_{an} + \varphi_l - 4\pi/3), \end{aligned} \quad (1)$$

де α_{an} – значення кута атаки першої лопаті в момент початку відліку часу за умови, якби її кут повороту був нульовим; $F_{\Sigma 1}$, $F_{\Sigma 2}$, $F_{\Sigma 3}$ – сумарна сила аеродинамічного тиску відповідно на першу, другу та третю лопаті, а F_{\max} – її амплітудне значення, яке можна знайти, наприклад, з першого рівняння системи (1) за умови, що

$$\omega t + \alpha_{an} + \varphi_l = \pi/2. \quad (2)$$

Нагадаємо, що у швидкісній системі координат –

$$F_{\Sigma}^2 = F_a^2 + F_n^2, \quad (3)$$

а у зв'язаній системі координат –

$$F_{\Sigma}^2 = F_R^2 + F_m^2. \quad (4)$$

Нагадаємо також і те, що з усіх цих сил для конструкторів і експлуатаційників найважливішими є сила F_m , яка створює обертовий момент, і сила F_R , яка намагається зігнути вісь вітрового колеса й зруйнувати опорний підшипник.

Із векторної діаграми, приведеної на рис. 1, бачимо, що для чисельного визначення радіальної сили F_{R1} , яка діє на першу лопать, потрібно використовувати формулу дещо відмінну від приведеної в роботі [1], а саме:

$$F_{R1} = k_F^R S_l \rho V_a^2 \cos \varphi_l, \quad (5)$$

в якій, як і в роботі [1], S_l – площа перерізу лопаті (m^2), ρ – питома густина повітря (kg/m^3), V_a – швидкість вітру (m/s), k_F^R – менший за одиницю коефіцієнт, який характеризує відмінність «коридору» руху потоку повітря, направлено на лопать, від труби з прямокутним перерізом, рівним перерізу цієї лопаті.

Але цілком очевидно, що структура математичних моделей для сил F_{R1} , F_{R2} , F_{R3} в динаміці буде аналогічною наведеній в роботі [1] з тією лише відмінністю, що в кожній із них матимемо приріст кута атаки на значення кута повороту лопаті, тобто

$$\begin{aligned} F_{R1} &= F_{\max}^R \sin(\omega t + \varphi_n + \varphi_l), \\ F_{R2} &= F_{\max}^R \sin(\omega t + \varphi_n + \varphi_l - 2\pi/3), \\ F_{R3} &= F_{\max}^R \sin(\omega t + \varphi_n + \varphi_l - 4\pi/3), \end{aligned} \quad (6)$$

де, як і в роботі [1], φ_n – початковий кут повороту вектора сили F_{R1} в момент часу $t=0$, узгоджений зі значенням початкового кута атаки $\alpha_{a\varphi}$, а F_{\max}^R – амплітудне значення цієї сили, яке можна визначити з першого рівняння системи (6) за умови, що $t=0$, тобто, з виразу

$$F_{\max}^R = \frac{F_{R1}}{\sin(\varphi_n + \varphi_l)}. \quad (7)$$

Дещо відрізнятиметься, в порівнянні з отриманою в роботі [1], і формула для визначення сили аеродинамічного тиску на першій лопаті F_{a1} . Трансформуючи її до векторної діаграми, приведені на рис. 1, бачимо, що формула набуде вигляду

$$\begin{aligned} F_{a1} &= S_l \cos(\angle(F_m, F_n) + \varphi_l) V_{\Sigma} \rho V_{\Sigma} k_F^a = \\ &= k_F^a S_l \rho V_{\Sigma}^2 \frac{\cos(\angle(F_m, F_n) + \varphi_l)}{\cos^2(F_m, F_n)}, \end{aligned} \quad (8)$$

де, як і в роботі [1], k_F^a – менший за одиницю коефіцієнт, який характеризує відмінність «коридору» руху потоку повітря, направленою на лопать, від труби з прямокутним перерізом, рівним перерізу цієї лопаті, а $\angle(F_m, F_n)$ – кут між відповідними осями швидкісної і зв'язаної систем координат, але додатково з'являється кут $(\angle(F_m, F_n) + \varphi_l)$ між площиною лопаті та площиною, перпендикулярною вектору V_{Σ} .

Із векторної діаграми, приведені на рис. 1, витікає, що і при ненульовому куті повороту лопаті 1 справедливою є отримана в роботі [1] така система двох рівнянь, яка зв'язує дві відомі F_{a1}, F_{R1} та дві невідомі F_{m1}, F_{n1} сили:

$$\begin{aligned} F_{m1} &= F_{n1} \cos \angle(F_m, F_n) - F_{a1} \sin \angle(F_m, F_n), \\ F_{R1} &= F_{n1} \sin \angle(F_m, F_n) + F_{a1} \cos \angle(F_m, F_n), \end{aligned} \quad (9)$$

розв'язуючи яку, ми легко їх знайдемо. Але нам потрібно знати лише одну із них – F_{m1} . Для її знаходження помножимо перше рівняння системи (9) на $\sin \angle(F_m, F_n)$, а друге рівняння – на $\cos \angle(F_m, F_n)$ і від другого перемноженого рівняння віднімемо перше. В результаті отримаємо:

$$F_{R1} \cos \angle(F_m, F_n) - F_{m1} \sin \angle(F_m, F_n) = F_{a1}, \quad (10)$$

звідки

$$F_{m1} = \frac{F_{R1} \cos \angle(F_m, F_n) - F_{a1}}{\sin \angle(F_m, F_n)}. \quad (11)$$

А далі, беручи за основу систему рівнянь (6) і враховуючи те, що вектор сили F_{m1} відстає від вектора сили F_{R1} на кут $\pi/2$ (див. рис. 1), можемо записати, що в динаміці

$$\begin{aligned} F_{m1} &= F_{\max}^m \sin(\omega t + \varphi_n + \varphi_l - \pi/2), \\ F_{m2} &= F_{\max}^m \sin(\omega t + \varphi_n + \varphi_l - \pi/2 - 2\pi/3), \\ F_{m3} &= F_{\max}^m \sin(\omega t + \varphi_n + \varphi_l - \pi/2 - 4\pi/3). \end{aligned} \quad (12)$$

Із першого рівняння цієї системи за умови $t=0$ знайдемо, що

$$F_{\max}^m = \frac{F_{m1}}{\sin(\varphi_n + \varphi_l - \pi/2)}, \quad (13)$$

де F_{m1} – це те значення тягової сили на першій лопаті, що знаходиться з виразу (11).

А на підставі тих же міркувань, що наведені в роботі [1], діюче значення $M_{об}^{\partial}$ обертового моменту знайдемо із співвідношення

$$M_{об}^{\partial} = F_m^{\partial} R = \frac{F_{\max}^m}{\sqrt{2}} R, \quad (14)$$

в якому радіус вітрового колеса R є плечем, до якого прикладена сила F_m^{∂} .

Висновки

1. Побудовано векторні діаграми сил, створюваних повітряними потоками, що діють на лопаті вітрового колеса з вертикальною віссю обертання при не рівному нулю кутові повороту лопаті відносно дотичної в точці спряження лопаті з ободом вітрового колеса.

2. Запропоновано математичні моделі сил, які в динаміці виникають на лопатях вітрового колеса з вертикальною віссю обертання під дією повітряних потоків при відмінному від нуля кутові повороту лопаті, які ґрунтуються на аналогії з трифазною електричною системою змінного струму синусоїдального характеру.

3. Розроблено методику ідентифікації запропонованих математичних моделей для сил, які виникають на лопатях вітрового колеса з вертикальною віссю обертання, при ненульовому значенні кута повороту лопатей.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Векторні діаграми та математичні моделі вітрового колеса з вертикальною віссю обертання [Електронний ресурс] / Мокін Б. І., Мокін О. Б., Жуков О. А. // Наукові праці ВНТУ. – 2008. – №2. – Режим доступу до журналу : http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2008-2/2008-2.files/uk/08bimvra_uk.pdf
2. Мхитарян А.М. Аэродинамика. – М.:Машиностроение, 1970. – 428 с.

Мокін Борис Іванович – доктор технічних наук, професор кафедри “Електромеханічні системи автоматизації в промисловості і на транспорті”, 32-57-18.

Мокін Олександр Борисович – кандидат технічних наук, доцент кафедри “Електромеханічні системи автоматизації в промисловості і на транспорті”, 59-81-67.

Жуков Олексій Анатолійович – аспірант кафедри “Електромеханічні системи автоматизації в промисловості і на транспорті”, 59-81-67, alex4444_2004@mail.ru.

Вінницький національний технічний університет.