

УДК 681.513;62.505;621.9.04

**В. А. Зозуля, канд. техн. наук, доц.; С. І. Осадчий, д-р техн. наук, проф.**  
**АЛГОРИТМ АНАЛІЗУ ЯКОСТІ СИСТЕМ СТАБІЛІЗАЦІЇ ПРИ**  
**СТОХАСТИЧНИХ УМОВАХ ФУНКЦІОНУВАННЯ**

*В статті проілюстрована розробка алгоритму аналізу якості системи керування рухом робочої поверхні платформи Стюарта, в умовах наближених до реальних режимів функціонування. Головний вплив на якість та витрати на функціонування замкнених багатовимірних системи керування рухом платформи Стюарта в режимі стабілізації здійснюють випадкові складові корисних сигналів, збурень та завад і вважаються векторними стаціонарними та стаціонарно зв'язаними випадковими процесами. Задача аналізу якості керування при стаціонарних випадкових впливах зводиться до визначення значень складових показника якості, а також їх суми, за відомими структурою і параметрами заданих елементів системи „об'єкт-регулятор” та моделями динаміки корисних сигналів, шумів і збурень, отриманими на основі алгоритму. Алгоритм складається в чотирьох етапів. На першому етапі обґрунтовується вибір показника якості системи керування, виходячи з характеру зміни зовнішніх впливів в реальних експлуатаційних умовах. На другому етапі складається структурна схема системи керування та здійснюється приведення її до типової схеми еквівалентної системи стабілізації та формулюється поняття помилки системи. На третьому етапі визначаються моделі динаміки усіх елементів системи, а також оцінюються характеристики динаміки векторів корисних сигналів, збурень та завад. Четвертий етап складається з розрахунку характеристик вихідних сигналів системи, помилки системи та значень показника якості системи. Під час розробки алгоритму аналізу якості системи керування рухом платформи Стюарта при стаціонарних випадкових впливах прийняті наступні припущення, що замкнута система „об'єкт-регулятор” є стійкою, структура системи приведена до еквівалентної системи стабілізації, поліноміальні та дробово-раціональні матриці системи керування відомі, динамічні характеристики векторів збурень та завад визначені на класі векторів перетворень Лапласа.*

**Ключові слова:** критерій якості, система керування, помилка системи, стохастичні умови функціонування, платформа Стюарта.

### **Вступ**

Особливий інтерес представляють конструкції просторових механізмів з паралельною структурою, які вперше з'явилися в 50-х – 60-х роках ХХ століття в роботах Стюарта і Гауфа [1, 2]. Надалі «платформою Стюарта» стали називати конструкцію, яка має шість однотипних кінематичних ланцюгів (штанг), при цьому програмно регулюючи їх довжину, можна керувати положенням вихідної ланки: переміщати її у вертикальному і горизонтальному напрямках, повертати в трьох площинах. Така платформа, має шість ступенів вільності: три поступальні і три обертальні.

Для складного багатовимірного об'єкта керування, такого як платформа Стюарта, актуальна задача максимізація точності виконання програмного руху. Як відомо з монографії [3], така задача вимагає вирішення цілої низки проблемних питань створення оптимальної системи керування. Однією із таких задач є задача аналізу деякої заданої динамічної системи, яка в термінах роботи [11] полягає у визначенні характеристик векторів її вихідних сигналів  $x$ , похибок керування  $\varepsilon$  та значень обраного показника якості у різних умовах експлуатації. Її розв'язання відбувається у результаті виконання декількох взаємозв'язаних етапів. На першому етапі обґрунтовується вибір показника якості системи керування, виходячи з характеру зміни зовнішніх впливів в реальних експлуатаційних умовах. На другому етапі складається структурна схема системи керування та здійснюється приведення її до типової схеми еквівалентної системи стабілізації. При цьому визначається функціональне призначення

системи, уточнюються властивості „ідеальної” і реальної систем та формулюється поняття помилки системи. На третьому етапі визначаються моделі динаміки усіх елементів системи, а також оцінюються характеристики динаміки векторів корисних сигналів ( $u, x$ ), збурень ( $\psi$ ) та завад ( $\varphi$ ) для кожного варіанту умов експлуатації. Зміст четвертого етапу складається з розрахунку характеристик вихідних сигналів системи ( $u, x$ ), помилки системи та значень показника якості системи на основі відомих динамічних властивостей її елементів системи та зовнішніх впливів  $\psi, \varphi$ , що діють на входах системи керування.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Для забезпечення гарантованої конкурентоспроможності виробів цього класу необхідно досягти максимальної якості утримання таких об'єктів на заданій траєкторії в реальних умовах експлуатації [4]. У результаті проведених досліджень [5] було формалізовано задачу ідентифікації моделі динаміки багатовимірного рухомого об'єкта на прикладі дослідного зразка, що базується на платформі Стюарта. Результати включають ідентифікацію динамічної моделі платформи Стюарта, її передатної функції та функції формуючого фільтра, а також верифікацію результатів ідентифікації, що підтверджують достатню точність отриманих моделей. Запропонований алгоритм ідентифікації дозволяє визначити порядок і параметри лінеаризованої системи звичайних диференціальних рівнянь багатовимірного об'єкта та матриці спектральних щільностей збурень, які впливають на нього в умовах, наближених до реальних режимів функціонування дослідного зразка.

В роботі [6] були знайдені моделі динаміки усіх елементів системи (поліноміальні та дробово-раціональні матриці об'єкта керування  $M, P, K, W$ ), а також характеристики динаміки векторів стохастичних вхідних корисних сигналів, завад та шумів  $r, \psi, \varphi$ , які були знайдені так, щоб забезпечити екстремум критерію якості. Наступним кроком на шляху створення інформаційної технології максимізації точності програмного руху платформи Стюарта є розробка алгоритмів аналізу якості системи керування рухом робочої поверхні (РП) платформи Стюарта у стохастичних умовах функціонування.

### Мета і завдання статті

Таким чином, **метою цієї роботи** є розробка алгоритму аналізу якості системи керування рухом РП платформи Стюарта, в конкретних умовах її функціонування, якій полягає у визначенні вихідних реакцій та сигналів керування еквівалентної системи стабілізації за заданих вхідних корисних сигналах, завад та шумах, порівнянні отриманих вихідних сигналів з бажаними, обчисленні помилки системи керування і одержанні на її основі показника якості системи.

### Показники якості системи керування рухом платформи Стюарта при стохастичних впливах

На основі проведеного дослідження [7] була запропонована система керування рухом робочої поверхні платформи Стюарта. Ця система керування має забезпечити слідування центру мас робочої поверхні платформи Стюарта за заданою траєкторією з мінімальними відхиленнями від бажаних значень  $r_0$  кутових і лінійних координат, що утворюють вектор  $x_1$ .

Ефективність керування рухом робочої поверхні платформи Стюарта визначається переважно ймовірністю знаходження вектора відхилень (помилки)  $\varepsilon_x$  фактичної траєкторії робочої поверхні від програмної у межах допустимих значень:

$$\varepsilon_x(t) = r_0(t) - x_1(t) \quad (1)$$

Очевидно, що рух реальної системи відрізняється від руху "ідеальної", оскільки в сигналах "вхід-вихід" реальної системи присутні перешкоди, а динаміка замкнутої системи "об'єкт-регулятор" відрізняється від бажаної.

Припустимо, що вектор помилок системи керування складається зі стаціонарної випадкової складової:

$$\bar{\varepsilon}_x(t) = \langle \varepsilon(t) \rangle.$$

При цьому вектор сигналів керування також має стаціонарну випадкову частину:

$$\bar{u}(t) = \langle u(t) \rangle.$$

Показником якості системи керування рухомими об'єктами при випадкових впливах прийнято [11] вважати суму визначених певним чином зважених дисперсій випадкової частини помилки виконання заданої траєкторії руху та дисперсії зміни вектору керування:

$$e = D_x + D_u, \quad (2)$$

де  $D_x$  – сума зважених дисперсій випадкової складової помилки керування рухом об'єкта.

$$D_x = \langle \varepsilon'(t) R(t) \varepsilon(t) \rangle; \quad (3)$$

$D_u$  – сума зважених дисперсій випадкової складової зміни сигналів керування.

$$D_u = \langle u'(t) C(t) u(t) \rangle. \quad (4)$$

де “ $\langle \rangle$ ” – знак математичного очікування [8];  $R$  – додатно визначена поліноміальна вагова матриця, яка визначає вплив дисперсії помилки стабілізації на значення критерію  $e$ ;  $C$  – невід'ємно визначена поліноміальна вагова матриця, яка обмежує дисперсію сигналу керування  $u$ .

Задача визначення елементів матриць вагових коефіцієнтів  $R$  та  $C$ , детально викладено в роботах [11], і полягає у тому, щоб за відомими особливостями динаміки об'єкта стабілізації та фізичним змістом компонентів векторів його вихідних координат  $x$  і сигналів керування  $u$  встановити нормативні значення шуканих матриць  $R^o$ ,  $C^o$  та визначити зв'язок між ними та  $R$ ,  $C$ .

Скориставшись результатами наведеними у монографії [9], критерій якості (2) у частотній області представляється як:

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr [S'_{\varepsilon_x \varepsilon_x} R + S'_{uu} C] ds, \quad (5)$$

де  $j$  – комплексна одиниця;  $tr$  – слід матриці; “/” – знак транспонування [8];  $S'_{\varepsilon_x \varepsilon_x}$  – транспонована матриця спектральних щільностей випадкової складової помилки керування;  $S'_{uu}$  – транспонована матриця спектральних щільностей випадкової складової вектору сигналів керування.

### Еквівалентні перетворення структурних схем замкнених систем керування рухом платформи Стюарта

Система керування рухом РП платформи Стюарта наведена у вигляді двоконтурної багатовимірної слідкуючої системи (рис. 1) [7].

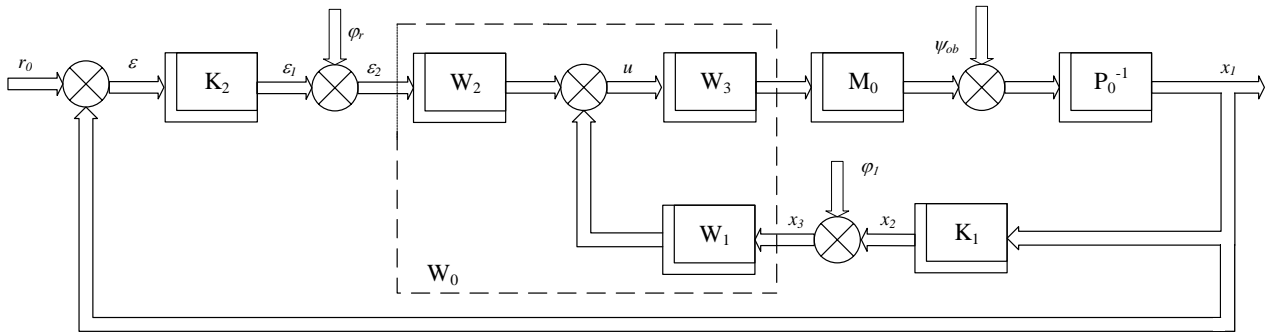


Рис. 1. Структурна схема двоконтурної багатовимірної слідкуючої система керування

Маємо  $x_1$  –  $n$ -мірний вектор вихідних координат об'єкта керування, платформи Стюарта;  $P_0$  – поліноміальна матриця розмірності  $n \times n$ , яка характеризує динаміку об'єкта керування;  $u$  –  $m$ -мірний вектор сигналів керування;  $M_0$  – поліноміальна матриця розмірності  $n \times m$ , яка визначає чутливість об'єкта до зміни сигналів керування;  $\psi_{ob}$  –  $n$ -мірний вектор стаціонарних випадкових збурень в об'єкті керування з нульовим математичним очікуванням; динаміка частин регулятора  $W_0$ , розташованих у ланцюгу завдання програмного сигналу, в зворотному зв'язку до об'єкта та в ланцюзі об'єкта керування, описується матрицями передатних функцій  $W_2$ ,  $W_1$  та  $W_3$ , які мають розмірності  $m \times n$  та  $n \times n$ .

Вектор вихідних координат  $x_1$  повністю вимірюється за допомогою системи неідеальних датчиків, динаміка яких описується матрицею передатних функцій  $K_1$ . На виході вимірювальних пристроїв присутній  $n$ -вимірний вектор стаціонарних випадкових шумів  $\phi_1$ . На вхід системи подається  $n$ -вимірний вектор програмного сигналу руху  $r_0$ , причому задавач програмного сигналу описується матрицею передатних функцій  $K_2$  розміром  $n \times n$ . Стаціонарні випадкові шуми програмного сигналу характеризуються  $n$ -вимірним вектором  $\phi_r$ .

Розгляд особливостей функціонування замкнутих багатовимірних системи керування рухом РП платформи Стюарта в режимі стабілізації [6] показав, що головний вплив на якість та витрати на стабілізацію здійснюють випадкові складові корисних сигналів, збурень та завад, які діють в реальних експлуатаційних умовах і вважаються векторними стаціонарними та стаціонарно зв'язаними випадковими процесами. Отже, задача аналізу якості керування [11] при стаціонарних випадкових впливах зводиться до визначення значень складових показника якості  $D_x$  (3) і  $D_u$  (4), а також їх суми  $e$  за відомими структурою і параметрами заданих елементів системи „об'єкт-регулятор” та моделями динаміки корисних сигналів, шумів і збурень, отриманими на основі алгоритму (5).

При розробці алгоритму аналізу якості системи керування рухом РП платформи Стюарта при стаціонарних випадкових впливах прийняті наступні припущення:

- замкнута система „об'єкт-регулятор” є стійкою;
- структура системи приведена до еквівалентної системи стабілізації [5];
- поліноміальні та дробово-раціональні матриці  $M_1$ ,  $P_1$ ,  $W_0$ ,  $K_0$  комплексного аргументу  $s$  відомі;
- динамічні характеристики векторів  $\psi_r$  та  $\phi_0$  визначені на класі векторів перетворень Лапласа.

Для розрахунку значень показників якості роботи системи керування рухом РП платформи Стюарта при випадкових впливах (3) – (5) необхідно обґрунтувати вигляд співвідношень, необхідних для обчислення транспонованих матриць спектральних щільностей  $S'_{\epsilon_x \epsilon_x}$  та  $S'_{uu}$  за відомою динамікою системи (дробово-раціональні матриці замкнутої системи) та динамікою зовнішніх впливів (транспоновані дробово-раціональні матриці спектральних та взаємних спектральних щільностей  $S'_{r_0 r_0}$ ,  $S'_{\psi_{ob} \psi_{ob}}$ ,  $S'_{\phi_0 \phi_0}$ ,  $S'_{r_0 \psi_{ob}}$ ,  $S'_{r_0 \phi_0}$ ,  $S'_{\psi_{ob} \phi_0}$ ).

Для багатоступового перетворення слідкуючої системи (рис. 1) до еквівалентної системи стабілізації (рис. 2) використовуються співвідношення, які отримані в роботі [6] та мають вигляд:

$$M_1 = \begin{bmatrix} M_0 \\ O_{n \times m} \end{bmatrix}, \quad P_1 = \begin{bmatrix} P_0 & O_n \\ E_n & E_n \end{bmatrix}, \quad \psi_r = \begin{bmatrix} \psi_{ob} \\ r_0 \end{bmatrix}, \quad \varphi_0 = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_r \end{bmatrix}, \quad K_0 = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix},$$

$$x_\varepsilon = \begin{bmatrix} x_1 \\ \varepsilon_x \end{bmatrix}, \quad x_{\varepsilon_1} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix}, \quad x_{\varepsilon_2} = \begin{bmatrix} x_3 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

де  $O_n$  – нульова матриця розміру  $n \times n$ ;  $E_n$  – одинична матриця розміру  $n \times n$ .

На структурній схемі рис. 2 наведена система стабілізації багатовимірного динамічного об'єкту, рух якого описується системою звичайних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами з врахуванням визначених співвідношень (6):

$$P_1 x_\varepsilon = M_1 u + \psi_r, \quad (7)$$

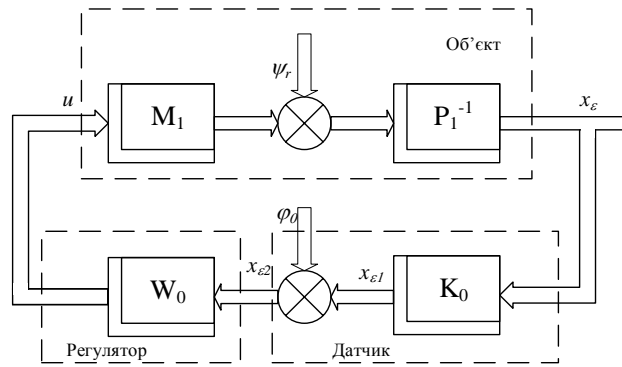


Рис. 2. Структурна схема багатовимірної система стабілізації

Як видно з рис. 1, на входах вимірювачів  $K_1$  та  $K_2$  діють вектор вихідних координат об'єкта керування  $x_1$  та похибка слідкуючої системи  $\varepsilon_x$ , відповідно, а на виході вимірювачів  $K_1$  та  $K_2$  отримують вектори  $x_2$  та  $\varepsilon_1$ . Тоді можна записати наступне рівняння:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & O_n \\ O_n & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \varepsilon_x \end{bmatrix}. \quad (8)$$

З врахуванням рівняння (8) та позначень (6) отримуємо:

$$x_{\varepsilon_2} = K_0 x_\varepsilon + \varphi_0.$$

Згідно структурної схеми рис. 1, рівняння сигналу керування  $u$  можна визначити, як:

$$u = W_0 (K_0 x_\varepsilon + \varphi_0), \quad (9)$$

де  $W_0 = [-W_1 \quad W_2]$ .

Таким чином, слідкуюча система (рис. 1) еквівалентна за структурою, рівняннями об'єкта (7) та регулятора (9) системі стабілізації, яка зображена на рис. 2.

Для подальшого перетворення структурної схеми рис. 2 до схеми рис. 3, приведено до виходу  $x_{\varepsilon_1}$  датчиків  $K_0$  і отримана еквівалентна з співвідношеннями (7) система диференціальних рівнянь:

$$P x_{\varepsilon_1} = M u + \psi, \quad (10)$$

в якій прийняті наступні позначення:

$$P = K_{10}P_1K_0^{-1}, M = K_{10}M_1, x_{\varepsilon_1} = K_0x_{\varepsilon}, \psi = K_{10}\psi_r.$$

Для визначення поліноміальної матриці  $K_{10}$  з мінімальним можливим порядком елементів пропонується спільне використання алгоритмів лівостороннього видалення полюсів [8] і MFD розкладання [10] дробово-раціональної матриці  $K_0^{-1}$  і добутку матриць  $P_1K_0^{-1}$ .

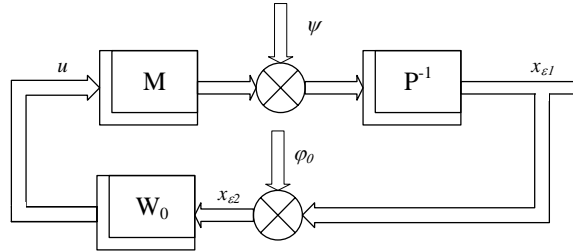


Рис. 3. Результат першого етапу структурних перетворень

Структурна схема (рис. 3) приведена до стандартного вигляду типової системи стабілізації (рис. 4), коли на вході системи стабілізації діє розширений вектор збурень  $\xi$ :

$$\xi = (E_n, P)\xi_0, \tag{11}$$

де вектор  $\xi_0$  є результатом вертикальної конкатенації векторів  $\psi$  та  $\varphi_0$ :

$$\xi_0 = \begin{bmatrix} \psi \\ \varphi_0 \end{bmatrix}. \tag{12}$$

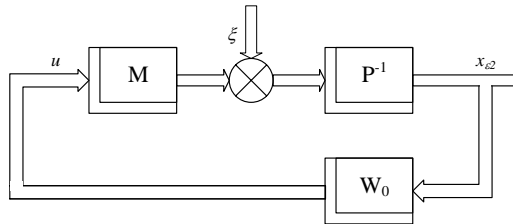


Рис. 4. Структурна схема типової системи стабілізації

За аналогією з роботою [11] зв'язок між векторами  $\xi_0$  та  $x_{\varepsilon_2}$  визначається як:

$$x_{\varepsilon_2} = F_{x_{\varepsilon_2}}^{\xi} (E_{2n} \quad MW_0)\xi_0, \tag{13}$$

де  $F_{x_{\varepsilon_2}}^{\xi}$  – матрична передавальна функція замкнутої системи "об'єкт + регулятор" від розширеного вектору збурювання  $\xi$  до вектору вихідних сигналів  $x_{\varepsilon_2}$ ;  $E_{2n}$  – одинична матриця розміру  $2n \times 2n$ ; а на виході системи діє вектор  $x_{\varepsilon_2}$ .

Вектор сигналів керування  $u$  в замкнутій системі також залежить від розширеного збурювання  $\xi$  (11):

$$u = F_u^{\xi} (E_{2n} \quad PK_0^{-1})\xi_0, \tag{14}$$

де  $F_u^{\xi}$  – матрична передавальна функція замкнутої системи "об'єкт + регулятор" від розширеного вектору збурювання  $\xi$  до вектору керування  $u$ .

У роботах [9, 11] на основі рівняння (10) доведено, що між матрицями  $F_u^{\xi}$  та  $F_{x_{\varepsilon_2}}^{\xi}$  існує взаємозв'язок, який характеризується наступним співвідношенням:

$$PF_{x_{\varepsilon_2}}^{\xi} - MF_u^{\xi} = E_{2n},$$

крім цього показано, що структура і параметри цих матриць залежать від матриці передавальних функцій регулятора  $W_0$ :

$$F_u^{\xi} = W_0(P - MW_0)^{-1}, \quad (15)$$

$$F_{x_{\varepsilon_2}}^{\xi} = (P - MW_0)^{-1}. \quad (16)$$

### Визначення помилки системи та значень показника якості системи керування рухом платформи Стюарта

Критерій якості (5) для системи стабілізації (рис. 4) можна визначити як:

$$e = \langle x'_{\varepsilon_2} R x_{\varepsilon_2} \rangle + \langle u' C u \rangle. \quad (17)$$

Підставивши визначення (8) та визначення (6), в критерій якості системи стабілізації (17) визначимо функціонал критерію якості для двоконтурної слідкуючої системи:

$$e = \left\langle x'_{\varepsilon} (K_0^{-1}) \begin{bmatrix} O_n \\ E_n \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} O_n & E_n \end{bmatrix} K_0^{-1} x_{\varepsilon} \right\rangle + \langle u' C u \rangle. \quad (18)$$

Введемо позначення:

$$R_1 = (K_0^{-1}) \begin{bmatrix} O_n \\ E_n \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} O_n & E_n \end{bmatrix} K_0^{-1} = \begin{bmatrix} O_n & O_n \\ O_n & K_0^{-1} R K_0^{-1} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

На відміну від системи стабілізації де  $R$  є коефіцієнтом, в слідкуючій системі  $R_1$  дорівнює матриці  $2 \times 2$ .

Вектор помилки керування, яка виникає при бажаному перетворенні вектору програмних сигналів, який заданий матрицею передаточних функцій  $\Phi$ , для двоконтурної слідкуючої системи (рис. 1), згідно рівняння в векторній формі (18) та визначення (6) представляється у вигляді:

$$\varepsilon_x = [(E_n \ O_n) - \Phi(E_n \ E_n)] K_0^{-1} x_{\varepsilon_2}. \quad (20)$$

З врахуванням (18), (19) та (20) перепишемо функціонал (4) в частотній області

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left( S'_{x_{\varepsilon_2} x_{\varepsilon_2}} R_1 + S'_{uu} C \right) ds, \quad (21)$$

де  $S'_{x_{\varepsilon_2} x_{\varepsilon_2}}$ , – транспонована дробово-раціональна матриця спектральних щільностей вектору  $x_{\varepsilon_2}$  на виході розширеного об'єкта керування.

Оскільки вектори  $u$  і  $x_{\varepsilon_2}$  зв'язані з вектором узагальнених збурень  $\xi_0$  співвідношеннями (13) та (14), то на основі застосування теореми Вінера-Хінчина у векторній формі [11] до цих виразів з урахуванням рівняння (20) транспоновані матриці спектральних щільностей  $S'_{uu}$  та  $S'_{\varepsilon_x \varepsilon_x}$  визначаються як:

– для системи стабілізації (рис. 2)

$$S'_{uu} = F_u^{\xi} (E_n \ PK_0^{-1}) S'_{\xi_0 \xi_0} \begin{pmatrix} E_n \\ K_0^{-1} P \end{pmatrix} F_{u^*}^{\xi},$$

$$S'_{\varepsilon_x \varepsilon_x} = F'_{x_{\varepsilon_2}}{}^{\xi} (E_n \quad MW_0) S'_{\xi_0 \xi_0}{}^{\xi} \begin{pmatrix} E_n \\ W_0^* M^* \end{pmatrix} F'_{x_{\varepsilon_2}^*}{}^{\xi},$$

де  $S'_{\xi_0 \xi_0}{}^{\xi}$  – транспонована матриця спектральних щільностей узагальненого вектору зовнішніх впливів  $\xi_0$  (12)

$$S'_{\xi_0 \xi_0}{}^{\xi} = \begin{bmatrix} S'_{\psi \psi} & S'_{\varphi_0 \psi} \\ S'_{\psi \varphi_0} & S'_{\varphi_0 \varphi_0} \end{bmatrix},$$

а матриці передаточних функцій  $F'_u{}^{\xi}$  і  $F'_{x_{\varepsilon_2}}{}^{\xi}$  знайдені за формулами (15) та (16);

– для аналізу двоконтурної слідкуючої системи (рис. 1)

$$S'_{uu} = F'_u{}^{\xi} (E_{2n} \quad P_1) S'_{\xi_0 \xi_0}{}^{\xi} \begin{pmatrix} E_{2n} \\ P_1^* \end{pmatrix} F'_{u^*}{}^{\xi},$$

$$S'_{x_{\varepsilon_2} x_{\varepsilon_2}} = (E_{2n} - \Phi \quad -\Phi) K_0^{-1} F'_{x_{\varepsilon_2}}{}^{\xi} (E_{2n} \quad M_1 W_0) S'_{\xi_0 \xi_0}{}^{\xi} \begin{pmatrix} E_{2n} \\ W_0^* M_1^* \end{pmatrix} F'_{x_{\varepsilon_2}^*}{}^{\xi} K_0^{-1} \begin{pmatrix} E_{2n} - \Phi^* \\ -\Phi^* \end{pmatrix}.$$

Отримані таким чином матриці транспонованих спектральних щільностей дають можливість розрахувати значення показника якості системи керування рухом РП платформи Стюарта (5). При необхідності визначення показників точності керування  $D_x$  та потужності керування  $D_u$  необхідно розрахувати значення сум зважених дисперсій (3) і (4). Обчислення зазначених сум у частотній області здійснюється за допомогою наступних дисперсійних інтегралів [11]:

$$D_x = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{\varepsilon_x \varepsilon_x} R) ds, \quad D_u = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{uu} C) ds.$$

### Висновки

Таким чином, отриманий алгоритм розв'язання задачі аналізу якості системи керування рухом РП платформи Стюарта на основі даних про моделі динаміки усіх елементів, які складають систему керування, векторів корисних сигналів, збурень та завад, що діють у контурах керування і мають характер багатовимірних центрованих випадкових процесів. Для успішного застосування обґрунтованого вище алгоритму аналізу якості системи керування рухом РП платформи Стюарта необхідно обрати елементи матриць вагових коефіцієнтів R та C, які входять до квадратичних критеріїв якості (5), (21) і т. ін.

В подальшому дослідженні, обґрунтовані вище методика та алгоритм дозволяють запропонувати інформаційну технологію виконання аналізу якості системи керування рухом РП платформи Стюарта, яка включає виконання ряду взаємозалежних операцій умовно поділених на три частини: операції підготовки до розв'язання задачі аналізу; формулювання та вирішення задачі аналізу точності системи керування рухом РП платформи Стюарта; прийняття рішення про відповідність або невідповідність сформульованим на етапі підготовки вимогам.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Stewart D. A platform with 6 degrees of freedom. *Proc. of the Institution of mechanical engineers*, 180 (Part 1, 15). 1965. P. 371 – 386.
2. Gough V. E., Whitehall S. G. Universal tyre test machine. *Proceedings of the FISITA Ninth International Technical Congress*. 1962. P. 117 – 137.
3. Kvakernaak H., Sivan R. *Linear optimal control systems*. New York: John Wiley & Son Inc., 1972. 575 p.



4. Александров С. С., Козлов Е. П., Кузнецов Б. И. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами : навч. посібник : у 4 т. ; за заг. ред. С. С. Александрова. Харків : НТУ"ХПР", 2006. Т. 2 : Автоматичне керування рухом літальних апаратів. 528 с.
5. Zozulya V. A., Osadchyi S. I., Nedilko S. N. Stewart platform dynamics model identification. *Radio Electronics, Computer Science, Control*. 2024. № 1. P. 242 – 255. DOI: 10.15588/1607-3274-2024-1-22.
6. Zozulya V. A., Osadchyi S. I. Stewart platform multidimensional tracking control system synthesis. *Radio Electronics, Computer Science, Control*. 2024. № 3. P. 1 – 14.
7. Зозуля В. А., Осадчий С. І. Огляд методів побудови систем керування механізмом паралельної кінематичної структури на основі платформи Стюарта (гексапод). *Міжнародний науково-виробничий журнал «Автоматизація технологічних і бізнес-процесів»*. 2019. Т. 11, №3. С. 23 – 31. <https://doi.org/10.15673/atbp.v11i3.1504>.
8. Horn R. A., Johnson C. R. Matrix Analysis. Cambridge University Press (2nd ed.), 2012. 643 p. DOI: 10.1017/CBO9781139020411.
9. Osadchiy S. I., Zozulya V. A. Combined method for the synthesis of optimal stabilization systems of multidimensional moving objects under stationary random impacts. *Automation and Information Sciences*. 2013. Vol. 45, Issue 6. P. 25 – 35. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v45.i6.30.
10. Kucera V. The H<sub>2</sub> control problem: a general transfer-function solution. *International Journal of Control*. 2007. Vol. 80, №5. P. 800 – 815. DOI:10.1080/00207170701203590.
11. Статистична динаміка систем управління: підручник / Блохін Л. М. та ін. – К. : НАУ, 2014. 300 с.

Стаття надійшла до редакції 30.09.2024.

Стаття пройшла рецензування 07.10.2024.

**Зозуля Валерій Анатолійович** – канд. техн. наук, доцент кафедри цифрової економіки та системного аналізу, e-mail: irish38@ukr.net.

Державний торговельно-економічний університет.

**Осадчий Сергій Іванович** – д-р техн. наук, професор кафедри конструкції повітряних суден, авіадвигунів та підтримання льотної придатності.

Льотна академія Національного авіаційного університету.