

УДК 621.311.1.018.3

Є. П. Пістун, д-р техн. наук, проф.; Г. Ф. Матіко, канд. техн. наук, доц.;  
Г. Б. Крих, канд. техн. наук, доц.

## ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТУ ВИМІРЮВАННЯ РЕОЛОГІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРИБОРІВ

*Гідродинамічні вимірювальні пристрої призначені для неперервного вимірювання параметрів неньютонівських рідин в різних технологічних процесах. Стаття присвячена оцінюванню невизначеності вимірювання реологічних параметрів в'язкопластичних рідин за допомогою гідродинамічних пристроїв. Автори роботи пропонують застосувати правила для оцінювання та вираження невизначеності вимірювань, які розроблені Об'єднаним комітетом керівництва з метрології (JCGM). Для оцінювання розширеної стандартної невизначеності вимірювання реологічних параметрів гідродинамічним пристроєм використано метод, заснований на розробленні та застосуванні моделей вимірювання. Авторами проаналізовано вимірювальний пристрій з однаковими чутливими елементами у вигляді трубок круглого поперечного перерізу, з'єднаних у схему незрівноваженого гідродинамічного моста. Суміжні плечі моста складаються з одинарних трубок та пакета трубок, що дає змогу створити дві різні швидкості зсуву і відповідно вимірювати одночасно пластичну в'язкість та граничне напруження зсуву бінгамівської рідини. Отримано лінійні функції перетворення такого гідродинамічного пристрою, на підставі яких розроблено рівняння стандартної невизначеності результату вимірювання пластичної в'язкості та граничного напруження зсуву. Розрахована відносна розширена стандартна невизначеність обох параметрів знаходиться в межах 5 %. Виконано аналіз впливу невизначеності оцінки кожної вхідної величини на результат вимірювання. Зокрема показано, що неповна компенсація кінцевих ефектів трубок може істотно впливати на невизначеність. Запропоновано структурні удосконалення гідродинамічних пристроїв, які дадуть змогу зменшити невизначеність результатів вимірювання реологічних параметрів в'язкопластичних рідин. Отримані результати доцільно використовувати на стадії проектування гідродинамічних пристроїв із заданими вимогами до точності вимірювання.*

**Ключові слова:** гідродинамічний пристрій, неньютонівська рідина, пластична в'язкість, граничне напруження зсуву, невизначеність результату вимірювання.

### Вступ

Необхідною умовою отримання продукції заданої якості в таких галузях промисловості, як паливна, харчова, хімічна та інші є застосування систем контролю властивостей неньютонівських рідин. Реологічні властивості неньютонівських рідини та діапазон зміни їхніх реологічних параметрів є досить різноманітними [1 – 3]. Гідродинамічний метод вимірювання, заснований на вимірюванні характеристик потоку рідин під час їхнього руху в дросельних елементах, має потенціал для створення вимірювальних пристроїв, які б забезпечували неперервний моніторинг реологічних параметрів неньютонівських рідин. Задача створення гідродинамічних вимірювальних пристроїв для конкретної неньютонівської рідини полягає у виборі вимірювальної схеми, засобів вимірювання, конструктивному розробленні та забезпеченні заданої точності вимірювання [4, 5]. На стадії проектування вимірювального пристрою пропонуються різні вимірювальні схеми і конструкції пристроїв, для яких необхідно оцінити невизначеність результату вимірювання реологічних параметрів. Правила для оцінювання та вираження невизначеності вимірювань розроблені Об'єднаним комітетом керівництва з метрології (JCGM) рекомендовані для широкого спектру вимірювань. Тому для вирішення задачі забезпечення необхідної точності вимірювання реологічних параметрів неньютонівських рідин за допомогою гідродинамічних пристроїв застосуються методи та процедури, викладені в документах JCGM 100:2008, JCGM GUM-6:2020 [6 – 8].

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Точність вимірювання реологічних властивостей неньютонівських рідин та в'язкісних характеристик ньютонівських рідин є предметом досліджень багатьох авторів [9 – 12]. Аналізуючи похибки вимірювання капілярних реометрів, автори перш за все відзначають, що вирішальним фактором впливу на точність вимірювання мають діаметри капілярів, які входять в рівняння вимірювання у четвертій степені. Особливо великий вплив спостерігається під час застосування капілярів з невеликим діаметром ( $< 1$  мм) [10, 11]. Також враховують такі характеристики циліндричних капілярів круглого поперечного перерізу, як ексцентриситет і шорсткість мікрокапіляра. Основне рівняння течії ньютонівської рідини в капілярі справедливе для ідеалізованих умов та усталеного ламінарного режиму руху [13]. Проте відомо, що на вході рідини в капіляр, виникають входні ефекти, які спричиняють додаткові втрати тиску, пов'язані із перебудовою потоку до розвинутого ламінарного потоку. Ці втрати тиску через входні ефекти залежать від реологічних властивостей рідини, профілю епюри швидкості потоку та діаметра капіляра. Так само на виході капіляра раптове збільшення поперечного перерізу призводить до втрати кінетичної енергії, що створює додатковий внесок у перепад тиску [9, 13]. Обидві додаткові втрати тиску є частиною загального перепаду тиску на капілярі і якщо їх не враховувати, то вони будуть джерелом похибки вимірювання в'язкості. В лабораторних приладах кінцеві ефекти капілярів визначають та враховують за допомогою корекції Беглі [9, 10, 12]. Корекція Беглі особливо важлива для коротких капілярів діаметром менше 0,5 мм.

Як відомо найбільший вплив на в'язкісні параметри рідини має температура. Крім того, зміни температури впливають і на геометричні розміри капілярів, особливо виготовлених з металів, наприклад для нержавіючої сталі температурний коефіцієнт розширення становить  $16,5 \cdot 10^{-6}$  1/К. Відповідно до DIN 53014 [14] коливання температури мають бути в межах  $\pm 0,1$  °C для температур  $< 50$  °C і в межах  $\pm 0,25$  °C за температур  $> 50$  °C, щоб уникнути занадто великих невизначеностей. Іншим джерелом похибки в капілярних реометрах може бути зміна температури рідини під час її руху вздовж капіляра внаслідок тертя між шарами. Особливо цей ефект може спостерігатися в рідинах з високою в'язкістю та за великих швидкостей зсуву.

Для підвищення точності вимірювання параметрів рідин для вимірювання перепаду тиску на капілярах розробники використовують сучасні мікропроцесорні перетворювачі з високими метрологічними характеристиками, наприклад з допустимою похибкою  $< 0,1\%$  в широкому діапазоні вимірювання, який необхідно мати для реалізації різних швидкостей зсуву [9]. Так само важливу роль для підвищення точності вимірювання реологічних параметрів відіграє і точність вимірювання витрати в реометрах постійного тиску або/і точність стабілізації витрати в реометрах постійної витрати.

Для реологічно складних рідин треба враховувати також інші специфічні ефекти, які виникають під час руху в капілярних реометрах. Наприклад в дисперсних середовищах з вмістом твердої фази можуть виникати ефекти пристінного ковзання, які необхідно виявляти і вносити поправки в результат вимірювання [10, 13, 14].

Отже, для оцінювання невизначеності вимірювання реологічних параметрів необхідно врахувати всі величини, які змінюються і впливають на результат вимірювання. Прямий спосіб оцінювання невизначеності цих величин полягає у проведенні багаторазових випробувань та статистичному опрацюванні результатів експериментів. На практиці це складний спосіб, який вимагає багато часу та ресурсів. Тому невизначеність результату вимірювання оцінюють іншим способом за допомогою математичної моделі вимірювання та закону поширення невизначеності. Процедури з оцінювання невизначеності, регламентовані документом JCGM 100:2008 [6], особливо корисні на стадії проєктування вимірювальних пристроїв.

Синтез гідродинамічних пристроїв для вимірювання реологічних параметрів в певному діапазоні для конкретної неньютонівської рідини передбачає вибір режиму роботи, вибір Наукові праці ВНТУ, 2024, № 4

типу і кількості дросельних елементів, вибір схеми їх з'єднання, конструктивне розроблення тощо. Крім забезпечення функціональних можливостей такі пристрої повинні задовольняти і задані вимоги до точності вимірювання. Тому для побудови оптимального за точністю гідродинамічного пристрою необхідно оцінювати невизначеність результату вимірювання реологічних параметрів рідини на підставі математичних моделей досліджуваних схем.

### Мета і завдання статті

**Метою статті** є оцінювання невизначеності результату вимірювання реологічних параметрів в'язкопластичної рідини за допомогою гідродинамічного пристрою, в якому реалізовано дві швидкості зсуву, аналіз ступеня впливу невизначеності оцінки вхідних величин на розширену стандартну невизначеність вимірювання пластичної в'язкості і граничного напруження зсуву та формування рекомендацій щодо підвищення точності вимірювання.

### Основна частина

Гідродинамічний метод вимірювання має великі можливості для створення вимірювальних пристроїв реологічних характеристик рідин, оскільки дає змогу одночасно вимірювати декілька параметрів, якими зазвичай характеризують властивості неньютонівських рідин. Гідродинамічні пристрої застосовують для вимірювання параметрів рідин, що описуються різними реологічними моделями [16]. Для їх побудови розроблено методи структурно-параметричної оптимізації, завдяки яким можна досягти заданих характеристик точності [4].

Застосуємо методику оцінювання невизначеності результату вимірювання параметрів в'язкопластичної рідини гідродинамічним пристроєм, принципова схема якого показана на рис. 1 [16].

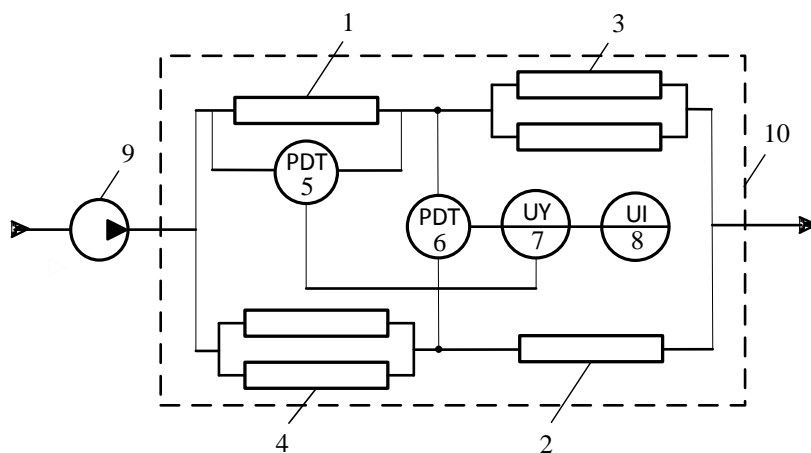


Рис. 1. Схема гідродинамічного пристрою для вимірювання пластичної в'язкості та граничного напруження зсуву: 1, 2 – одинарна вимірювальна трубка; 3, 4 – пакети вимірювальних трубок; 5, 6 – дифманометричні перетворювачі; 7 – мікропроцесорний обчислювач; 8 – пристрій відображення параметрів; 9 – задавач об'ємної витрати; 10 – система термостабілізації

Реометр працює в режимі постійної витрати. Чутливими елементами пристрою є трубки однакового внутрішнього діаметру та довжини, які з'єднані у схему гідродинамічного моста. Протилежні плечі мостової схеми однакові. Суміжні плечі моста містять послідовно з'єднані одинарну вимірювальну трубку та пакет вимірювальних трубок і відрізняються порядком розміщення пакета та одинарної трубки. Завдяки таким конструктивним особливостям пристрою об'ємна витрата рідини в трубках пакетів 3 і 4 є меншою за витрату в одинарних трубках 1 і 2, що забезпечує різні швидкості зсуву в'язкопластичної рідини. Пристрій оснащений двома дифманометричними перетворювачами 5 і 6 для вимірювання перепаду

тиску на одинарній трубці 1 та перепаду тиску у вихідній діагоналі моста. Вихідні сигнали дифманометрів опрацьовуються мікропроцесорним обчислювачем 7. Постійне значення температури забезпечується системою термостабілізації 10.

Найбільш поширеною для опису реологічної поведінки в'язкопластичної рідини є модель Бінгама. Вона містить два параметри пластичну в'язкість  $\eta$  та граничне напруження зсуву  $\tau_0$ . Залежність між витратою  $F$  та перепадом тиску  $\Delta P$ , що виникає в циліндричній трубці круглого поперечного перерізу під час руху такої рідини описується нелінійним рівнянням Букінгама [14]

$$F = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta L} \left( 1 - \frac{4}{3} \frac{2L\tau_0}{\Delta P R} + \frac{1}{3} \left( \frac{2L\tau_0}{\Delta P R} \right)^4 \right), \quad (1)$$

де  $R$ ,  $L$  – радіус та довжина трубки. Якщо знехтувати останнім членом в рівнянні (1), то одержимо лінійне рівняння

$$\Delta P = \frac{8FL}{\pi R^4} \eta + \frac{8L}{3R} \tau_0, \quad (2)$$

за яким можна легко визначити перепад тиску. Похибка визначення  $\Delta P$  за рівнянням (2) не перевищує 1 % при  $0 \leq \frac{2L\tau_0}{\Delta P R} \leq 0,416$  і не більша 3 % при  $\frac{2L\tau_0}{\Delta P R} \leq 0,547$ .

Для побудови функції перетворення пристрою застосуємо спрощене лінійне рівняння (2), доповнене втратами тиску, зумовленими кінцевими ефектами трубок. Перепад тиску  $\Delta P_1$  на одинарних трубках 1 і 2 визначають з рівняння:

$$\Delta P_1 = \frac{8FL}{\pi R^4} \eta + \frac{8L}{3R} \tau_0 + \Delta P_{e1}, \quad (3)$$

а перепад тиску  $\Delta P_n$  на пакеті трубок 3 і 4 – з рівняння:

$$\Delta P_n = \frac{8FL}{n\pi R^4} \eta + \frac{8L}{3R} \tau_0 + \Delta P_{en}, \quad (4)$$

де  $F$  – об'ємна витрата рідини через суміжні плечі моста;  $R$ ,  $L$  – радіус та довжина трубок пристрою;  $n$  – кількість трубок в кожному пакеті.

З рівнянь (3) і (4) знайдемо перепад тиску у вихідній діагоналі гідродинамічного моста:

$$\Delta P = \Delta P_1 - \Delta P_n = \frac{n-1}{n} \frac{8FL}{\pi R^4} \eta + \Delta P_{e1} - \Delta P_{en}. \quad (5)$$

З рівняння (5) видно, що складові перепаду тиску, зумовлені пластичними властивостями в'язкопластичної рідини, компенсуються. Тоді:

$$\eta = \frac{n}{n-1} \frac{\pi R^4}{8FL} (\Delta P - (\Delta P_{e1} - \Delta P_{en})). \quad (6)$$

Підставляючи  $\eta$  з рівняння (6) в рівняння (3), отримаємо:

$$\Delta P_1 = \frac{n}{n-1} \Delta P + \frac{8L}{3R} \tau_0 + \Delta P_{e1} - \frac{n}{n-1} (\Delta P_{e1} - \Delta P_{en}), \quad (7)$$

звідки знаходимо

$$\tau_0 = \frac{3R}{8L} \left( \Delta P_1 - \frac{n}{n-1} \Delta P - \frac{1}{n-1} (n\Delta P_{en} - \Delta P_{e1}) \right). \quad (8)$$

Якщо в рівняннях (6) і (8) знехтувати різницею між додатковими втратами тиску від входних ефектів на одинарній трубці і на пакеті трубок, то отримаємо функцію перетворення пристрою за пластичною в'язкістю  $\eta$ :

$$\eta = \frac{n}{n-1} \frac{\pi R^4}{8FL} \Delta P \quad (9)$$

та функцію перетворення пристрою за граничним напруженням зсуву  $\tau_0$

$$\tau_0 = \frac{3R}{8L} \left( \Delta P_1 - \frac{n}{n-1} \Delta P \right). \quad (10)$$

Отже, методика побудова моделей на підставі спрощеного рівняння витратної характеристики чутливих елементів дала можливість отримати функції перетворення гідродинамічного пристрою в явному вигляді.

Визначимо, які характеристики точності вимірювання можна отримати гідродинамічним вимірювальним пристроєм для рідини з номінальними значеннями пластичної в'язкості 100 мПа·с та граничного напруження зсуву 20 Па. Враховуючи, що для побудови моделі пристрою застосовано рівняння, які адекватно описують течію в'язкопластичної рідини при достатньо високих швидкостях зсуву, виберемо пакет, що складається із двох трубок. Номінальний внутрішній діаметр всіх трубок пристрою 4 мм, а довжина 0,3 м. Також вважатимемо, що система термостабілізації забезпечує підтримання температури пристрою на рівні 30 °С з похибкою  $\pm 0,1^\circ\text{C}$ , при якій зміни конструктивних характеристик чутливих елементів не перевищують допустимих значень.

За допомогою побудованих функцій перетворень (7) і (8) можна оцінити та знайти невизначеність результату вимірювання реологічних параметрів розглянутого гідродинамічного пристрою. Процедури, викладені в документах JCGM 100:2009, JCGM 104:2009 [6, 7], дають змогу визначити, як кожна із вхідних величин, що входять в рівняння (9) і (10), впливає на точність вимірювання пластичної в'язкості та граничного напруження зсуву, а також оцінити невизначеність результатів вимірювання в цілому.

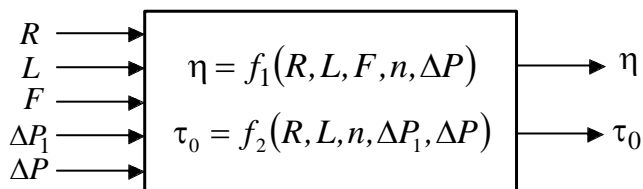


Рис. 2. Схема функцій перетворення вимірювального пристрою

Запишемо рівняння невизначеності результату вимірювання пластичної в'язкості, застосовуючи функцію перетворення гідродинамічного пристрою (9). Аналіз цієї функції перетворення показує, що пластична в'язкість залежить від некорельованих між собою вхідних величин, таких як радіус  $R$ , довжина  $L$  трубок пристрою, витрата  $F$  та перепад тиску  $\Delta P$  у вихідній діагоналі гідродинамічного моста (див. рис. 2). За таких умов невизначеність оцінки  $y_1$  пластичної в'язкості може бути обчислена за формулою:

$$u_{c1}(y_1) = \left[ u_{MA1}^2 + \sum_{i=1}^N [c_{1i} u(x_i)]^2 \right]^{0,5}, \quad (11)$$

де  $u_{c1}(y_1)$  – комбінована стандартна невизначеність оцінки  $y_1$  пластичної в'язкості;  $u_{MA1}$  – методична невизначеність апроксимації витратних характеристик трубок пристрою лінійними рівняннями;  $u(x_i)$  – складники стандартної невизначеності зазначених оцінок вхідних величин  $x_i$ ;  $c_{1i}$  – коефіцієнт впливу невизначеності вхідної величини  $x_i$  на

невизначеність результату вимірювання пластичної в'язкості, який визначають за частковими похідними [6]

$$c_{1i} = \frac{\partial f_1}{\partial x_i}, \tag{12}$$

що описують наскільки змінюється оцінка вихідної величини  $y_1$  при зміні кожної із вхідних оцінок величин  $R, L, F$  і  $\Delta P$ . Саме тому коефіцієнти  $c_{1i}$  також називають коефіцієнтами чутливості.

На підставі рівнянь (11) і (12) отримано таке рівняння невизначеності результату вимірювання пластичної в'язкості середовища:

$$u_{c1} = \left[ u_{MA1}^2 + (c_{1R}u_R)^2 + (c_{1L}u_L)^2 + (c_{1F}u_F)^2 + (c_{1\Delta P}u_{\Delta P})^2 \right]^{0.5}, \tag{13}$$

де  $u_R$  – стандартна невизначеність результату вимірювання радіуса трубок;  $u_L$  – невизначеність результату вимірювання довжин трубок;  $u_F$  – невизначеність результату вимірювання витрати рідини в трубках;  $u_{\Delta P}$  – невизначеність результату вимірювання перепаду тиску у вихідній діагоналі гідродинамічного моста;  $c_{1R}, c_{1L}, c_{1F}, c_{1\Delta P}$  – коефіцієнти впливу вхідних оцінок величин  $R, L, F$  і  $\Delta P$ , відповідно.

Значення складників невизначеності оцінок вхідних величин, що входять до рівняння (13), обчислені на основі даних стандартів та характеристик засобів вимірювання, представлено у табл. 1. Тут також наведені формули та значення коефіцієнтів впливу невизначеності оцінок вхідних величин, які отримані за формулою (12) на підставі функції вимірювання (9). Зауважимо, що ці коефіцієнти залежать від вибраної кількості трубок в пакеті  $n$ , але сама величина  $n$  не розглядається як змінна.

Таблиця 1

**Складники невизначеності оцінок вхідних величин (13) та їхні коефіцієнти впливу**

№ з/п	Вхідна величина	Складник стандартної невизначеності		Коефіцієнт впливу складника невизначеності, $c_{1i}$		Значення $c_{1i}u(x_i)$
		Позначення	Значення $u(x_i)$	Формула	Значення $c_{1i}$	
1	$R$	$u_R$	$5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$	$c_{1R} = \frac{\partial f_1}{\partial R} = \frac{4n}{n-1} \frac{\pi R^3}{8FL} \Delta P$	200	0,0010
2	$L$	$u_L$	$1 \cdot 10^{-6} \text{ м}$	$c_{1L} = \frac{\partial f_1}{\partial L} = -\frac{n}{n-1} \frac{\pi R^4}{8FL^2} \Delta P$	-0,33333	$-3,3333 \cdot 10^{-7}$
3	$F$	$u_F$	$1 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3/\text{с}$	$c_{1F} = \frac{\partial f_1}{\partial F} = -\frac{n}{n-1} \frac{\pi R^4}{8F^2L} \Delta P$	-18000	-0,0018
4	$\Delta P$	$u_{\Delta P}$	60 Па	$c_{1\Delta P} = \frac{\partial f_1}{\partial \Delta P} = \frac{n}{n-1} \frac{\pi R^4}{8FL}$	$7,5398 \cdot 10^{-6}$	0,00045239

Заміна нелінійного рівняння (1) лінійним рівнянням (2), а також наявність вхідних ефектів на трубках пристрою, що не перевищують 1 % від перепаду тиску, спричиняє невизначеність  $u_{MA1}$  значення пластичної в'язкості у 0,00126 Па·с. За компонентами  $c_{1i}u(x_i)$  таблиці 1 за формулою (13) визначено комбіновану стандартну невизначеність результату вимірювання пластичної в'язкості з урахуванням невизначеності  $u_{MA1}$ :

$$u_{c1} = 0,002456 \text{ Па·с.}$$

Розширену стандартну невизначеність  $U_\eta$ , що відповідає інтервальній оцінці невизначеності результату вимірювання пластичної в'язкості, визначимо з коефіцієнтом охоплення  $k=2$ :

$$U_\eta = 2u_{c1} = 0,004912 \text{ Па}\cdot\text{с}, \quad (14)$$

яка у відсотках дорівнює 5,01 %.

Аналіз отриманого результату показує, що найбільший вплив на невизначеність результату вимірювання пластичної в'язкості мають невизначеності оцінок діаметра трубок, витрати рідини та невизначеність припущення про відсутність входових ефектів на трубках.

Аналогічно невизначеність оцінки  $y_2$  другої вихідної величини пристрою – граничного напруження зсуву рідини визначимо з функції перетворення (10) з врахуванням залежності перепаду тиску  $\Delta P$  у вихідній діагоналі моста від перепаду тиску  $\Delta P_1$  на трубці 1 [6]:

$$u_{c2}(y_2) = \left[ u_{MA2}^2 + \sum_{i=1}^N [c_{2i} u(x_i)]^2 + 2c_{2i} c_{2j} u(x_i, x_j) \right]^{0,5} \quad (15)$$

або

$$u_{c2} = \left[ (c_{2R} u_R)^2 + (c_{2L} u_L)^2 + (c_{2\Delta P} u_{\Delta P})^2 + (c_{2\Delta P_1} u_{2\Delta P_1})^2 + 2c_{2\Delta P} c_{2\Delta P_1} u(\Delta P, \Delta P_1) \right]^{0,5}, \quad (16)$$

де  $u_R$ ,  $u_L$ ,  $u_{\Delta P}$  – зазначені вище невизначеності;  $u_{\Delta P_1}$  – стандартна невизначеність результату вимірювання перепаду тиску на одинарній трубці;  $c_{2i}$  – коефіцієнт впливу невизначеності вхідної величини  $x_i$  на невизначеність результату вимірювання граничного напруження зсуву, який визначають за частковими похідними  $c_{2i} = \partial f_2 / \partial x_i$ ;  $u(\Delta P, \Delta P_1)$  – коваріація між  $\Delta P$  і  $\Delta P_1$ . Визначимо коваріацію між лінійно залежними  $\Delta P$  і  $\Delta P_1$ :

$$\text{cov}(\Delta P, \Delta P_1) = \text{cov}(\Delta P_1 - \Delta P_n, \Delta P_1) = \text{cov}(\Delta P_1, \Delta P_1) - \text{cov}(\Delta P_1, \Delta P_n). \quad (17)$$

Оскільки перепад тиску  $\Delta P_1$  на одинарній трубці не залежить від перепаду тиску  $\Delta P_n$  на пакеті трубок, то  $\text{cov}(\Delta P_1, \Delta P_n) = 0$  і  $\text{cov}(\Delta P_1, \Delta P_1)$  дорівнює дисперсії  $\Delta P_1$ .

Абсолютна методична невизначеність  $u_{MA2}$  значення граничного напруження зсуву, зумовлена вище згаданими апроксимацією та припущеннями становить 0,2 Па. З врахуванням цієї невизначеності  $u_{MA2}$  за даними таблиці 2 на підставі формули (11) визначено комбіновану стандартну невизначеність:

$$u_{c2} = 0,44617 \text{ Па}.$$

Відповідно розширена стандартна невизначеність результату вимірювання граничного напруження зсуву  $U_{\tau 0} = 2u_{c2} = 0,89233 \text{ Па}$  або 4,46 %. За винятком невизначеності вимірювання довжини трубок пристрою, всі складники невизначеності рівняння (16) включно з методичною невизначеністю  $u_{MA2}$  мають рівнозначний вплив на невизначеність результату вимірювання граничного напруження зсуву в'язкопластичної рідини.

Складники невизначеності оцінок вхідних величин (16) та їхні коефіцієнти впливу

№ з/п	Вхідна величина	Складник стандартної невизначеності		Коефіцієнт впливу складника невизначеності, $c_{2i}$		Значення $c_{2i}u(x_i)$
		Позначення	Значення $u(x_i)$	Формула	Значення $c_{2i}$	
1	$R$	$u_R$	$5 \cdot 10^{-6}$ м	$c_{2R} = \frac{\partial f_2}{\partial R} = \frac{3}{8L} \Delta P_1$	43157	0,21579
2	$L$	$u_L$	$1 \cdot 10^{-6}$ м	$c_{2L} = \frac{\partial f_2}{\partial L} = -\frac{3R}{8L^2} \Delta P_1$	-287,72	-0,00028772
3	$\Delta P_1$	$u_{\Delta P_1}$	60 Па	$c_{2\Delta P_1} = \frac{\partial f_2}{\partial \Delta P_1} = \frac{3R}{8L}$	0,0025	0,15
4	$\Delta P$	$u_{\Delta P}$	60 Па	$c_{2\Delta P} = \frac{\partial f_2}{\partial \Delta P} = -\frac{n}{n-1} \frac{3R}{8L}$	-0,005	-0,3

### Висновки та перспективи подальших досліджень

В статті на основі побудованих функцій перетворення гідродинамічного вимірювального пристрою за методикою, наведеною в JCGM 100:2008, оцінено невизначеності результатів вимірювання пластичної в'язкості та граничного напруження зсуву в'язкопластичної рідини. Аналіз компонентів комбінованих стандартних невизначеностей дає змогу сформулювати пропозиції щодо підвищення точності вимірювання реологічних параметрів за допомогою гідродинамічних пристроїв.

1. Невизначеність результатів вимірювання реологічних параметрів запропонованим пристроєм буде меншою, якщо бінгамівська рідина буде мати менші значення граничного напруження зсуву та більші значення пластичної в'язкості, що пояснюється зменшенням методичної невизначеності, зумовленої застосуванням лінійних функцій перетворення, замість нелінійних.

2. Для підвищення точності неперервного вимірювання реологічних параметрів гідродинамічними пристроями необхідно зменшити методичну складову невизначеності, зумовлену входовими ефектами чутливих елементів. Застосовуючи структурні методи оптимізації гідродинамічних пристроїв, гідродинамічні пристрої для вимірювання двох взаємопов'язаних параметрів бінгамівських рідин необхідно будувати за допомогою мостових вимірювальних перетворювачів, які містять трубки однакового діаметру. Завдяки цьому додаткові втрати від входових ефектів трубок компенсуються і не впливають на перепад тиску у вихідній діагоналі вимірювального гідродинамічного моста. Для одночасного вимірювання двох реологічних параметрів необхідно, щоб гідродинамічний вимірювальний пристрій складався як мінімум з двох мостових перетворювачів, які б відрізнялися діаметрами трубок. Це дало би змогу усунути внесок входових ефектів у методичну невизначеність і зменшити сукупну стандартну похибку результату вимірювання.

3. Іншим структурним вдосконаленням гідродинамічних пристроїв є застосування в схемі гідродинамічних вимірювальних пристроїв трьох послідовно з'єднаних мостових перетворювачів, що відрізняються діаметрами трубок. Таке виконання дає можливість визначати пластичну в'язкість та граничне напруження зсуву за більш точними функціями перетворення, отриманими на підставі рівняння Букінгама (1) течії в'язкопластичної рідини і тим самим зменшити методичну невизначеність вимірювання реологічних параметрів. Отже, спосіб оцінювання невизначеності результату вимірювання реологічних параметрів рідин за математичними моделями, є дієвим інструментом для проєктування гідродинамічних вимірювальних пристроїв із заданими характеристиками точності.



## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Rees J. M. Towards online, continuous monitoring for rheometry of complex fluids. *Advances in Colloid and Interface Science*. 2014. Vol. 206. P. 294–302.
2. Rao M. A. Rheology of Fluid, Semisolid, and Solid Foods. Food Engineering Series. New York. Springer Science+Business Media, 2014. 482 p.
3. Chhabra R. P., Richardson J. F. Non-Newtonian Flow and Applied Rheology: Engineering Applications, 2008. 519 p.
4. Pistun Ye. P., Matiko H. F., Krykh H. B. Algorithmization of designing gas-hydrodynamic measuring transducers using structural and parametric optimization. *8<sup>th</sup> International Conference «Energy Smart Systems – 2022»*, October 2022. P. 264 – 268.
5. Пістун Є. П., Матіко Г. Ф., Крих Г. Б. Вдосконалення гідродинамічних пристроїв для вимірювання реологічних параметрів рідин. *Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво*. 2022. №48. С. 5 – 12. URL: <https://cit-journal.com.ua/index.php/cit/article/view/361>.
6. Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement : JCGM 100:2008. – Sevres : JCGM, 2008. 120 p.
7. Evaluation of measurement data Guide to the expression of uncertainty in measurement – Part 6: Developing and using measurement models : JCGM GUM-6:2020.
8. Васілевський О. М., Кучерук В. Ю., Володарський Є. Т. Основи теорії невизначеності вимірювань: підручник. Вінниця: ВНТУ, 2015. 230 с.
9. Development and calibration of a high pressure high shear rate capillary rheometer / S. Pollak et al. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2017. Vol. 157. P. 581 – 587.
10. Malagutti L., Mollica F., Mazzanti V. Error amplification in capillary viscometry of power law fluids with slip. *Polymer Testing*. 2020. Vol. 91. P. 1 – 10.
11. A microcapillary rheometer for microliter sized polymer characterization / D. Tammara et al. *Polymer Testing*. 2021. Vol. 102. P. 1 – 9.
12. Aho J., Sytjala S. Determination of the entrance pressure drop in capillary rheometry using Bagley correction and zero-length capillary. *Annual transactions of the nordic rheology society*. 2006. Vol. 14. P. 1 – 5.
13. Malagutti L., Mazzanti V., Mollica F. A MATLAB-Based Software for Estimating Measurement Uncertainties in Capillary Viscometry. *Macromol. Symp*. 2022. Vol. 405. P. 1 – 4.
14. Steffe J. F. Rheological Methods in Food Process Engineering. Freeman Press, East Lansing, MI, USA, 1996. 418 p.
15. DIN 53014-1 Viscosimetry; capillary viscometers with circular and rectangular cross section for determination of flow curves; principles, concepts, definitions. Published 02/01/1994. 16 p.
16. Пістун Є., Крих Г., Матіко Г. Способи зміни швидкостей зсуву в гідродинамічних пристроях для вимірювання реологічних параметрів неньютонівських рідин. *Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво*. 2023. №53. С. 192 – 199. URL: <https://cit-journal.com.ua/index.php/cit/article/view/500>.

Стаття надійшла до редакції 05.12.2024.

Стаття пройшла рецензування 09.12.2024.

**Пістун Євген Павлович** – д-р техн. наук, професор, професор кафедри автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій, e-mail: epistun@ukr.net, <https://orcid.org/0000-0002-3120-1978>.

**Матіко Галина Федорівна** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри теплоенергетики, теплових та атомних електричних станцій, e-mail: halyna.f.matiko@lpnu.ua, <https://orcid.org/0000-0001-5482-2307>.

**Крих Ганна Бориславівна** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій, e-mail: hanna.b.krykh@lpnu.ua, <https://orcid.org/0000-0002-6539-400X>.

Національний університет «Львівська політехніка».