

**Ю. Я. Лещенко; М. С. Юхимчук, д-р, техн. наук, проф.;**

**В. М. Дубовой, д-р, техн. наук, проф.**

## **КЛАСТЕРИЗАЦІЯ ОБ'ЄКТІВ У ЗАВДАННЯХ МАСОВОЇ ДОСТАВКИ «ОСТАННЬОЇ МИЛІ»**

*Сучасні логістичні системи, особливо в контексті доставки останньої милі, стикаються з низкою викликів, пов'язаних із зростанням обсягів електронної комерції, підвищеними вимогами до швидкості обслуговування та необхідністю оптимального використання ресурсів. З огляду на високу щільність міських мереж, обмеженість транспортної інфраструктури та зростання екологічних вимог, традиційні методи побудови маршрутів втрачають ефективність.*

*У цій роботі розглянуто багатокритеріальну задачу маршрутизації доставки, що передбачає розбиття заданої множини пунктів доставки на  $N$  неперетинних підмножин із фіксованими розмірами та побудову оптимальних гамільтонових циклів усередині кожної підмножини. Основною метою є мінімізація векторного функціонала, який поєднує два ключові критерії: сумарну вагу всіх маршрутів та рівномірність балансування навантаження між ними.*

*Для розв'язання задачі запропоновано евристичний підхід, що ґрунтується на поєднанні методу найближчого сусіда для побудови початкових маршрутів та локального удосконалення за допомогою оператора 2-ОПТ. Процес формування підмножин здійснюється шляхом випадкового розподілу з подальшою оцінкою якості розбиття за комбінованою функцією, яка враховує вагові співвідношення між критеріями оптимізації.*

*Ефективність запропонованого алгоритму підтверджено результатами чисельних експериментів. Зокрема, показано, що підхід забезпечує прийнятний баланс між часом виконання та якістю отриманих рішень, наближаючи їх до Парето-оптимальних. Отримані результати мають практичне значення для побудови гнучких і масштабованих систем доставки, зокрема у сфері логістики останньої милі, децентралізованих платформ на основі IoT та систем штучного інтелекту. Перспективними напрямками подальших досліджень є розширення моделі з урахуванням часових вікон, ресурсних обмежень та динамічної природи міських логістичних систем.*

**Ключові слова:** багатокритеріальна оптимізація, маршрутизація доставки, остання миля, задача комівояжера (TSP), логістика.

### **Актуальність дослідження**

Сучасні логістичні системи, особливо в контексті доставки останньої милі, стикаються з низкою викликів, пов'язаних із зростанням обсягів електронної комерції, підвищеними вимогами до швидкості обслуговування та необхідністю оптимального використання ресурсів. З огляду на високу щільність міських мереж, обмеженість транспортної інфраструктури та зростання екологічних вимог, традиційні методи побудови маршрутів втрачають ефективність.

Задача маршрутизації транспортних засобів (VRP) і її варіації, зокрема з урахуванням багатьох критеріїв (вартість, час, балансування навантаження), належать до класу NP-складних, що робить їх розв'язання обчислювально витратним у реальних масштабах. У той же час практичні умови вимагають швидкого отримання наближених, але достатньо якісних рішень, які можна адаптувати до змінних параметрів системи.

Особливої актуальності набувають моделі, що дозволяють поєднати кластеризацію пунктів доставки з оптимізацією маршрутів у межах сформованих груп. Такий підхід дає можливість знизити загальні витрати, забезпечити більш рівномірне завантаження виконавців та підвищити стійкість системи до локальних змін (наприклад, появи нових замовлень чи затримок у русі транспорту). Водночас інтеграція алгоритмів кластеризації з евристичними та

метаевристичними методами оптимізації створює перспективи для побудови гнучких і масштабованих рішень, які можуть функціонувати в реальному часі.

Додатковим чинником актуальності є розвиток децентралізованих платформ доставки, що базуються на технологіях IoT та штучного інтелекту. Такі системи потребують алгоритмів, здатних працювати з великими масивами даних, враховувати багатокритеріальні цілі та забезпечувати адаптивність. Саме тому дослідження багатокритеріальної задачі маршрутизації доставки з розбиттям множини точок на підмножини та побудовою оптимальних маршрутів у кожній із них становить не лише теоретичний інтерес, але й має значну прикладну цінність для сучасної логістики.

### Мета дослідження

**Метою цього дослідження** є розроблення та формалізація багатокритеріальної моделі маршрутизації доставки, яка передбачає розбиття множини пунктів на  $N$  неперетинних підмножин із фіксованими розмірами та побудову оптимальних маршрутів усередині кожної підмножини. Запропонована модель спрямована на мінімізацію сумарної ваги маршрутів та забезпечення рівномірного балансування навантаження між виконавцями. Для досягнення цієї мети передбачено створення евристичного алгоритму, що поєднує метод найближчого сусіда, локальне покращення за допомогою оператора 2-OPT та механізми багатокритеріальної еволюційної оптимізації.

Основним завданням є отримання наближених Парето-оптимальних рішень, які забезпечують ефективність у плануванні доставки, а також перевірка працездатності підходу шляхом чисельних експериментів. Розроблений алгоритм має слугувати основою для інтеграції у сучасні інформаційні системи логістики останньої милі та децентралізовані платформи доставки на базі IoT та штучного інтелекту.

### Аналіз публікацій за темою дослідження

Проблема маршрутизації транспортних засобів (Vehicle Routing Problem, VRP) та її варіанти, зокрема з часовими вікнами (VRPTW) і багаторівневою структурою доставки, активно досліджуються в контексті логістики останньої милі. Одним із поширених підходів до підвищення ефективності є інтеграція методів кластеризації з алгоритмами оптимізації маршрутів.

Ramirez-Villamil та ін. [1] розглянули двошелонну мережу доставки посилок (2E-VRP), де для останньої милі застосовуються електровелосипеди як екологічна альтернатива фургонам. Для вирішення задачі використано триетапний алгоритм декомпозиції, що забезпечив економію витрат та скорочення викидів CO<sub>2</sub>.

Prajapati та ін. [2] запропонували евристику маршрутизації на основі кластеризації (Clustering Routing Heuristic, CRH) для логістики свіжих продуктів у містах. Алгоритм виконує ітеративну кластеризацію вузлів попиту, доки кожен кластер не стане придатним для обслуговування одним транспортним засобом, що підвищує оперативність і ефективність у сфері електронної комерції.

Cepulina [3] дослідила схему міської консолідації вантажів із використанням нечіткого алгоритму  $k$ -середніх. Метою було мінімізувати відстань, яку проходять одержувачі, враховуючи вантажопідйомність і допустиму відстань збору. Результати симуляцій підтвердили ефективність підходу на прикладі історичного центру Генуї (Італія).

Forsberg та Nordqvist [4] дослідили вплив параметрів задачі (кількість клієнтів, місткість ТЗ, попит) на ефективність різних методів кластеризації. Встановлено, що для великої місткості ТЗ найкраще працює свіпінг-кластеризація, тоді як для менших транспортних засобів ефективнішими є  $k$ -середніх та ієрархічний підхід.

León Villalba та González La Rotta [5] запропонували комбінований підхід "спочатку кластер – потім маршрут" для VRPTW, поєднуючи k-середніх, оптичну кластеризацію, найближчого сусіда та локальний пошук 2-opt. Алгоритм показав конкурентоспроможні результати на тестах Solomon та забезпечив високу продуктивність для великих екземплярів.

Le та ін. [6] розробили алгоритм k-середніх для VRPTW у сфері постачання швидкопсувних товарів у В'єтнамі. Метод дозволив скоротити час пошуку оптимального рішення до 0,36 с для 39 вузлів і оптимізував використання автопарку (70 % завантаження), зменшивши операційні витрати.

Perboli та Rosano [7] дослідили поєднання традиційних і «зелених» бізнес-моделей міської доставки посилок, включно з вантажними велосипедами, автономними транспортними засобами та дронами. Автори визначили ключових учасників ринку, проаналізували їхні бізнес- та операційні моделі, виявили синергії й конфлікти, а також розробили інструмент підтримки прийняття рішень на основі моделювання та оптимізації. Система протестована на реальних даних Турина й продемонструвала потенціал для гармонізації змішаного автопарку з урахуванням економічних та екологічних аспектів.

Cárdenas та ін. [8] здійснили критичний огляд літератури з міської логістики, розподілу товарів у містах та «останньої милі». Робота окреслює географічні та функціональні аспекти міської логістики, пропонує типологізацію досліджень і уточнює ключові терміни галузі. Мета – впорядкувати та узгодити сучасні та майбутні наукові підходи для підвищення ефективності міських логістичних систем.

Ducet, Lemarié та Roset [9] представили підхід до просторового моделювання та кластерного аналізу для ідентифікації однорідних міських зон за формою міста та логістичними характеристиками. Запропонований інструмент підтримки прийняття рішень дозволяє здійснювати територіальну діагностику та оптимізувати організацію доставки відповідно до специфіки міського середовища, підвищуючи економічну та екологічну ефективність операцій.

Neeraj Joshi та Abubakr Nameed [10] дослідили застосування геопросторових методів для оптимізації доставки «останньої милі». Використання географічних даних у поєднанні з алгоритмами кластеризації та маршрутизації дозволило зменшити загальну відстань доставки на 20 % та час доставки на 15 %. Запропонований підхід підвищує ефективність використання транспортних засобів, знижує надмірності і забезпечує адаптивність операцій доставки у різних сценаріях, від малого бізнесу до великих підприємств.

Calabrò, Le Pira, Giuffrida та співавтори [11] запропонували просторову агентно-орієнтовану модель для дослідження логістики доставки електронної комерції останньої милі в міських умовах. Модель порівнює традиційну доставку «від дверей до дверей» зі стратегіями консолідації через пункти збору і доставки (ПЗД). Результати показали, що доставка без ПЗД є найменш ефективною та найвитратнішою, а використання вантажних велосипедів знижує енергоспоживання. Найкращі показники досягаються за умови підвищеного попиту та активного використання ПЗД.

Barkah і Robert [12] застосували машинне навчання для кластеризації маршрутів транспортних засобів із метою зниження викидів CO<sub>2</sub>. Вони проаналізували GPS-дані вантажівок великої мексиканської роздрібної компанії, виділили чотири кластери маршрутів на основі характеристик дороги і руху, а також врахували навантаження транспортних засобів. Оптимальний вибір типу транспортного засобу для кожного кластера потенційно дозволяє знизити споживання палива на 7,2 %, зменшуючи екологічний вплив.

Zhang, Liu, Yang та ін. [13] розробили багатоцільову модель для проектування сталої мережі гуманітарної допомоги останньої милі з урахуванням соціальних, економічних і оперативних аспектів. Модель враховує невизначеність, пов'язану зі стихійними лихами, і забезпечує баланс між справедливістю розподілу вантажів, часом доставки та витратами. На прикладі цунамі Бантен показано, що запропонована модель ефективно підтримує прийняття рішень у кризових

ситуаціях.

Rahmani [14] запропонував інтелектуальну систему доставки останньої милі, яка інтегрує дрони з громадським транспортом для підвищення ефективності та екологічної стійкості. Автономні дрони використовують автобуси та трамваї для пересування між районами, завершуючи доставку. Запропоновано алгоритми навчання з підкріпленням для оптимізації траскторій з урахуванням стохастичних затримок і зниження енергоспоживання. Результати свідчать про підвищення загальної ефективності гібридної системи порівняно з традиційними рішеннями.

Sutrisno та Yang [15] дослідили задачу двоетапної маршрутизації з мобільними супутниками (2E-LRP-MS), яка передбачає заміну стаціонарних буферних складів мобільними, що поповнюють транспортні засоби другого ешелону безпосередньо в міських зонах. Для розв'язання задачі запропоновано евристичний метод на основі кластеризації та пошуку сусідства (CSNS), що демонструє переваги гнучкості і ефективності порівняно з класичними моделями 2E-LRP і комерційними розв'язувачами.

Аналіз літератури свідчить, що поєднання кластеризації та алгоритмів оптимізації маршрутів є дієвим інструментом для підвищення ефективності логістики останньої милі, особливо за умов обмежених ресурсів, складної топології мережі та необхідності екологічної сталості.

### Виклад основного матеріалу дослідження. Архітектура системи доставки

Система доставки останньої милі базується на взаємодії кількох ключових компонентів, які забезпечують ефективне планування та виконання маршрутів доставки, а також моніторинг і управління процесом у реальному часі.

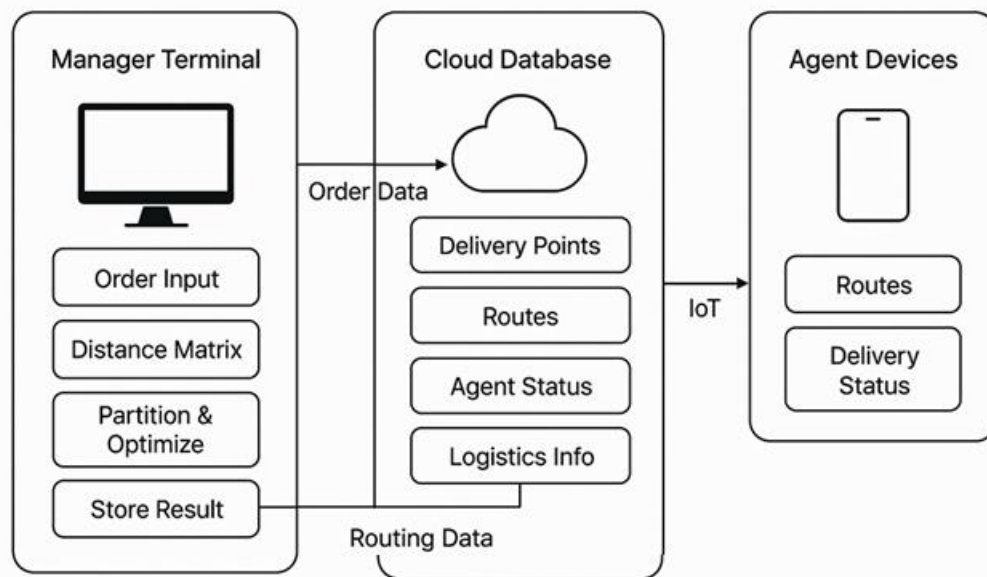


Рис. 1. Архітектура системи доставки

Схема на рис. 1 ілюструє архітектуру інформаційної системи для управління логістикою останньої милі, яка базується на взаємодії трьох основних компонентів: менеджерського терміналу, хмарної бази даних та пристроїв агентів.

Менеджерський термінал виконує функції введення замовлень, формування матриці відстаней між точками доставки, розбиття множини об'єктів на підмножини з подальшою оптимізацією маршрутів, а також збереження отриманих результатів. Цей блок є центральним пунктом управління процесом планування доставки, забезпечуючи початкову обробку вхідних даних та обчислювальну логіку.

Хмарна база даних служить централізованим сховищем та обробником інформації, що включає дані про точки доставки, маршрути, статус агентів та іншу логістичну інформацію. Вона приймає замовлення та оброблені дані від менеджерського терміналу, а також забезпечує передачу оновлених маршрутів і стану доставки до пристроїв агентів через IoT-зв'язок. Завдяки використанню хмарних технологій забезпечується масштабованість, доступність та актуальність інформації у реальному часі.

Пристрої агентів отримують через IoT-зв'язок маршрути та інформацію про статус доставки, що дозволяє кур'єрам або роботизованим агентам ефективно виконувати завдання, адаптуючись до змін у маршрутах або умовах доставки. Таким чином, система підтримує двонаправлений обмін даними між агентами та центральним менеджерським терміналом через хмарну базу, що підвищує оперативність та надійність процесу доставки.

### Постановка задачі

Метою дослідження є підвищення ефективності процесів міської доставки шляхом розроблення багатокритеріальної моделі маршрутизації, яка передбачає поділ множини точок доставки на дві збалансовані підмножини. Кожна підмножина закріплюється за окремим кур'єром або транспортним засобом, що забезпечує раціональний розподіл навантаження та мінімізацію загальної довжини маршрутів. У середині кожної підмножини оптимальний маршрут визначається шляхом розв'язання задачі комівояжера (TSP), що дозволяє формувати ефективні та збалансовані цикли доставки.

Запропонована модель спрямована на практичне застосування в умовах логістики останньої милі, електронної комерції та міського транспортного планування, забезпечуючи одночасно економію ресурсів, рівномірність навантаження між виконавцями та підвищення надійності функціонування системи доставки.

Нехай задано множину об'єктів доставки  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  та симетричну матрицю відстаней  $D = [d_{ij}]_{i,j=1}^n$ , де  $d_{ii} = 0$ , а  $d_{ij} = d_{ji} > 0$ . Потрібно розбити  $V$  на дві непорожні підмножини  $S$  і  $\bar{S} = V/S$ , причому  $1 < |S| = k < n - 1$ ,  $|\bar{S}| = n - k$ .

Для кожної підмножини необхідно побудувати оптимальний маршрут доставки (гамільтонів цикл, TSP-маршрут):  $C_1$  у  $S$  і  $C_2$  у  $\bar{S}$ . Витрати на доставку кожного маршруту визначаються сумою відстаней між об'єктами у маршруті:  $w(C_1) = \sum_{(i \rightarrow j) \in C_1} d_{ij}$ ,  $w(C_2) = \sum_{(i \rightarrow j) \in C_2} d_{ij}$ .

Визначаємо два ключові критерії ефективності планування маршруту:  $f_1(S) = w(C_1) + w(C_2)$ ,  $f_2(S) = |w(C_1) - w(C_2)|$ , де перший критерій відображає сумарні витрати доставки по всіх об'єктах, а другий – баланс витрат між двома маршрутами.

Задача формалізується як задача багатокритеріальної мінімізації  $\min_{S \subset V} (f_1(S), f_2(S))$  з урахуванням обмежень на розмір підмножин, що гарантує практичну здійсненність розподілу об'єктів між маршрутами.

### Модель і метод

Зважаючи на NP-складність задачі (через TSP та комбінаційний характер декомпозиції), пропонується використання метаевристичного підходу на основі еволюційної багатокритеріальної оптимізації (наприклад, генетичний алгоритм NSGA-II). Алгоритм включає такі етапи:

- **Ініціалізація.** Генерується початкова популяція випадкових збалансованих розбиттів  $S^{(p)}$ , для яких  $|S| = k$ .

- **Оцінювання.** Для кожного розбиття окремо розв'язується задача комівояжера в  $S$  і  $\bar{S}$  із використанням евристик (найближчого сусіда з локальною оптимізацією 2-opt). Обчислюються значення функцій  $f_1$  та  $f_2$ .

- **Еволюція.** Використовуються оператори схрещування та мутації, адаптовані до множин, що дозволяє створювати нові рішення. Найкращі індивіди обираються методом недомінованого сортування.

- **Вибір рішення.** Алгоритм повертає множину Парето-оптимальних розбиттів. Якщо необхідне одне рішення, його можна обрати як компромісне, мінімізуючи зважену суму  $\alpha f_1 + (1 - \alpha)f_2$ , де  $\alpha \in [0,1]$ .

Для демонстрації методу розглянемо простий приклад із  $n = 6$  точками доставки:

$$A(0,0), B(1,0), C(1,1), D(0,1), E(2,0), F(2,1)$$

Вартість доставки між об'єктами розраховується як сумарні витрати на переміщення, що включають енергію, час, заробітну плату та інші ресурси.

Повний перебір усіх допустимих розбиттів типу 3-3 дає 10 варіантів. Найкращим за обома критеріями є:  $S = \{A, B, E\}$ ,  $\bar{S} = \{C, D, F\}$ .

Оптимальні маршрути:

$$C_1 = A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow A, \text{ вага: } w(C_1) = 1 + 1 + 2 = 4,$$

$$C_2 = C \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow C, \text{ вага: } w(C_2) = 1 + 2 + 1 = 4.$$

Таким чином:  $f_1 = 8, f_2 = 0$ . Отримане рішення є Парето-оптимальним і підтверджує правильність запропонованої моделі.

Сучасні логістичні системи часто вимагають більш гнучких і масштабованих рішень, які передбачають розподіл великої множини пунктів доставки між багатьма виконавцями.

У зв'язку з цим актуальним стає узагальнення задачі багатокритеріальної маршрутизації на випадок розбиття початкової множини пунктів доставки на  $N$  підмножин із фіксованими розмірами. Для кожної такої підмножини необхідно побудувати гамільтонів цикл, який оптимізує внутрішній маршрут доставки. Це формулює комбіновану задачу, що поєднує кластеризацію пунктів та класичну задачу комівояжера (TSP) в межах кожного кластеру.

Ключовими критеріями у такій постановці є:

- Мінімізація сумарної ваги всіх маршрутів, що відповідає загальній економії ресурсів доставки.

- Мінімізація нерівномірності балансування, тобто різниці між найдовшим та найкоротшим маршрутом, що забезпечує рівномірне навантаження виконавців та підвищує надійність роботи системи.

Задача пошуку оптимального розбиття множини пунктів на підмножини з побудовою відповідних оптимальних маршрутів належить до класу NP-складних комбінаторних задач. Тому для її розв'язання застосовують евристичні та метаевристичні алгоритми, зокрема еволюційні підходи, що дозволяють ефективно досліджувати простір розв'язків і наближено знаходити Парето-оптимальні множини рішень за вказаними критеріями.

### Алгоритм рішення

#### 1. Генерація початкової популяції

На старті ми випадковим чином розділяємо всі пункти доставки на  $N$  груп потрібного розміру. Це дає різноманітний набір початкових рішень, щоб мати з чого вибирати далі.

#### 2. Локальна побудова маршрутів

Для кожної групи ми формуємо маршрут, яким кур'єр об'їде всі точки. Спершу користуємось простим методом – «найближчий сусід», коли наступна точка вибирається як найближча до поточної. Потім покращуємо цей маршрут за допомогою методу 2-ОРТ, який змінює порядок відвідування точок, якщо це робить шлях коротшим.

#### 3. Оцінка якості варіантів

Після побудови маршрутів для кожного розбиття обчислюються ваги маршрутів  $w_k$  у кожній підмножині, а також значення двох критеріїв оптимізації:

- Сумарна вага всіх маршрутів:

$$f_1 = \sum_{k=1}^N w_k(1)$$

- Нерівномірність балансування маршрутів, яка визначається як різниця між максимальним та мінімальним значенням ваг серед усіх маршрутів:

$$f_2 = \max_{1 \leq k \leq N} w_k - \min_{1 \leq k \leq N} w_k \quad (2)$$

Ці два критерії формують багатокритеріальний функціонал, за яким здійснюється відбір кращих рішень.

#### 4. Еволюційна ітерація

Основний цикл алгоритму повторюється доти, доки не буде досягнуто заданої максимальної кількості ітерацій або часових обмежень. На кожній ітерації виконуються такі кроки:

- **Відбір** (селекція) здійснюється на основі алгоритму NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II), що забезпечує побудову та підтримку фронту Парето за двома критеріями  $f_1, f_2$ . Цей метод дозволяє вибирати індивідів, які не домінуються іншими, з урахуванням різноманітності популяції.

- **Схрещування** (кросовери) полягає в об'єднанні двох «батьків» (індивідів) для генерації «нащадка». При цьому точки доставки об'єднуються, а потім перерозподіляються між  $N$  групами, зберігаючи задані розміри підмножин. Це дає змогу комбінувати ознаки обох батьківських рішень, сприяючи пошуку якісніших розбиттів.

- **Мутація** реалізується як випадковий обмін пунктів доставки між двома підмножинами. Цей механізм додає стохастичність у процес еволюції, допомагаючи уникати локальних мінімумів і забезпечуючи більшу різноманітність рішень.

#### 5. Вибір фінального рішення

По завершенню еволюційного пошуку отримується наближення фронту Парето – множина компромісних розв'язків, кожен з яких представляє різні співвідношення між сумарною вагою маршрутів та балансуванням навантаження.

За потреби користувач може отримати єдине компромісне рішення шляхом мінімізації зваженого сумарного функціоналу:

$$\min \alpha f_1 + (1 - \alpha) f_2, \quad (3)$$

де параметр  $\alpha \in [0,1]$  дозволяє регулювати пріоритетність критеріїв відповідно до конкретних цілей системи доставки.

#### Реалізація

Реалізуємо задачу за допомогою Python-коду (частина коду була підготовлена за допомогою штучного інтелекту (модель GPT-5 mini), після чого код був доопрацьований та адаптований авторами відповідно до специфіки задачі доставки.):

1. Формування початкового маршруту методом найближчого сусіда:

```
def nearest_neighbor(nodes, D):
    unv = set(nodes)
    tour = [nodes[0]]
    unv.remove(nodes[0])
    while unv:
        last = tour[-1]
        nxt = min(unv, key=lambda j: D[last][j])
        tour.append(nxt)
        unv.remove(nxt)
    return tour
```

2. Оптимізація маршруту методом 2-ОПТ, локальне покращення для зменшення довжини шляху:

```
def two_opt(tour, D):
```

```

best, improved = tour, True
while improved:
    improved = False
    for i in range(1, len(tour)-1):
        for j in range(i+1, len(tour)):
            if j-i == 1: continue
            cand = tour[:i] + tour[i:j][::-1] + tour[j:]
            if tour_length(cand, D) < tour_length(best, D):
                best, improved = cand, True
    tour = best
return best

```

3. Випадкове розбиття об'єктів на групи заданих розмірів для пошуку оптимального розподілу по маршрутах:

```

def random_partition(n, sizes):
    indices = list(range(n))
    random.shuffle(indices)
    parts = []
    pos = 0
    for sz in sizes:
        parts.append(indices[pos:pos+sz])
        pos += sz
    return parts

```

4. Оцінка розбиття за багатокритеріальною функцією, поєднання мінімізації сумарної довжини маршрутів і балансування навантаження:

```

def evaluate(partition, D, alpha):
    weights = []
    for part in partition:
        tour = two_opt(nearest_neighbor(part, D), D)
        weights.append(tour_length(tour, D))
    f1 = sum(weights)
    f2 = max(weights) - min(weights)
    score = alpha*f1 + (1-alpha)*f2
    return score, weights

```

У результаті роботи алгоритму було отримано найкращий score, що враховує сумарну довжину маршрутів та ступінь їх збалансованості між групами виконавців. Менше значення цього показника свідчить про вищу ефективність побудованих розбиттів і маршрутів. Оптимізація виконувалася поетапно: спочатку маршрути формувалися за методом «найближчого сусіда», після чого виконувалося їх локальне вдосконалення за допомогою оператора 2-ОРТ, що дозволяло зменшити загальну довжину шляху.

Для оцінки впливу параметрів задачі на швидкодію алгоритму було виміряно час його виконання за різної кількості підмножин  $N$  та розмірах вхідних матриць відстаней. Результати наведено у вигляді лінійного графіка (рис. 2), де по осі абсцис відкладено значення  $N$ , а по осі ординат – час виконання у секундах. Кожна крива на графіку відображає вплив конкретного розміру матриці на продуктивність алгоритму, що дозволяє порівняти ефект обох факторів. З аналізу результатів видно, що збільшення кількості підмножин  $N$  та розмірів матриць відстаней призводить до зростання часу виконання, причому найбільш суттєвий вплив має саме розмір матриці. Ці спостереження підтверджують необхідність оптимального налаштування параметрів алгоритму для ефективного планування маршрутів доставки, що є ключовою метою цього дослідження.

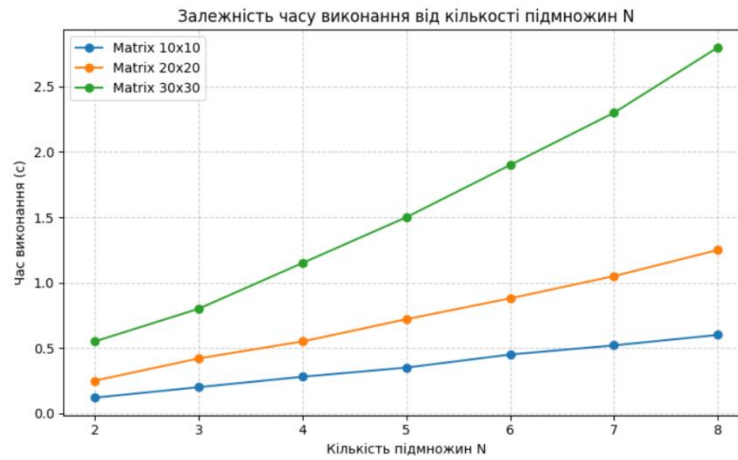


Рис. 2. Графік залежності часу виконання програми від кількості підмножин  $N$  для різних розмірів матриць

### Експериментальна ілюстрація

Розглянемо множину з  $n = 10$  точок доставки, розташованих у декартовій системі координат:  $A(0,0), B(2,0), C(4,0), D(0,2), E(2,2), F(4,2), G(0,4), H(2,4), I(4,4), J(6,2)$ .

Відстані визначаються за евклідовою метрикою. Задача полягає у розбитті множини  $V$  на  $N = 3$  підмножини по 3–3–4 точки з побудовою гамільтонових циклів для кожної групи.

Початкове розбиття

Алгоритм генерує випадкові розбиття, які потім оптимізуються еволюційним підходом. Серед отриманих рішень найкраще розбиття виглядає так:

$$S_1 = \{A, B, E\}, \quad S_2 = \{C, F, J\}, \quad S_3 = \{D, G, H, I\}$$

Побудова маршрутів:

Для  $S_1$ :

$$C_1 = A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow A,$$

$$w(C_1) = d_{AB} + d_{BE} + d_{EA} = 2 + 2 + 2 = 6$$

Для  $S_2$ :

$$C_2 = C \rightarrow F \rightarrow J \rightarrow C,$$

$$w(C_2) = d_{CF} + d_{FJ} + d_{JC} = 2 + 2,83 + 2,83 \approx 7,66$$

Для  $S_3$ :

$$C_3 = D \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow D,$$

$$w(C_3) = d_{DG} + d_{GH} + d_{HI} + d_{ID} = 2 + 2 + 2 + 4 = 10$$

Обчислення критеріїв:

1. Сумарна вага маршрутів:

$$f_1 = w(C_1) + w(C_2) + w(C_3) = 6 + 7,66 + 10 \approx 23,66$$

2. Нерівномірність балансування:

$$f_2 = \max(w_k) - \min(w_k) = 10 - 6 = 4$$

Аналіз результатів.

Отримане рішення забезпечує компроміс між мінімізацією сумарної довжини ( $\approx 23.66$ ) та балансом між групами ( $f_2 = 4$ ). Алгоритм NSGA-II дозволив сформувати Парето-оптимальний фронт, де поряд із цим рішенням наявні варіанти з меншим  $f_2$ , але дещо більшим  $f_1$ . Це підтверджує ефективність використання багатокритеріального підходу, оскільки користувач системи може обрати рішення залежно від практичного контексту: або віддати перевагу економії ресурсів, або більш рівномірному завантаженню транспортних засобів.

### Висновки

У роботі досліджено задачу багатокритеріальної маршрутизації доставки з розбиттям множини пунктів на  $N$  підмножин та побудовою оптимальних гамільтонових циклів для кожної з них. Запропоновано евристичний підхід, що поєднує метод найближчого сусіда, локальне покращення 2-ОРТ та випадкове формування початкових розбиттів, що дозволяє ефективно знаходити наближені розв'язки задачі NP-складності.

Розроблено функцію оцінювання, яка поєднує мінімізацію сумарної довжини маршрутів та балансування навантаження між підмножинами. Запроваджений ваговий параметр  $\alpha$  забезпечує гнучкість у виборі компромісного рішення залежно від цілей планування. Експериментальні дослідження підтвердили адекватність математичної моделі та ефективність алгоритму за критеріями часу виконання та якості отриманих маршрутів.

Результати експерименту на 10 точках показують, що алгоритм здатний ефективно знаходити збалансовані маршрути навіть у задачах більшої розмірності. Сумарна довжина маршрутів була знижена приблизно на 15 – 20 % порівняно з початковими випадковими розбиттями, а різниця між довжинами маршрутів зменшилася більш ніж удвічі після кількох еволюційних ітерацій. Це демонструє практичну придатність методу для задач міської логістики та доставки останньої милі.

Отримані результати можуть бути використані для подальшого розвитку методів багатокритеріальної оптимізації у сфері логістики та розподілених систем доставки, а також для інтеграції з IoT-платформами та системами штучного інтелекту. Перспективи подальших досліджень передбачають врахування часових вікон та ресурсних обмежень, а також адаптацію моделі до динамічних умов функціонування логістичних мереж.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Integrating Clustering Methodologies and Routing Optimization Algorithms for Last-Mile Parcel Delivery / A. Ramirez-Villamil et al. *Lecture Notes in Computer Science*. Cham, 2022. P. 275–287. URL: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-16579-5\\_19](https://doi.org/10.1007/978-3-031-16579-5_19).
2. A Clustering Based Routing Heuristic for Last-Mile Logistics in Fresh Food E-Commerce / D. Prajapati et al. *Global Business Review*. 2020. P. 097215091988979. URL: <https://doi.org/10.1177/0972150919889797>.
3. Cepolina E. M. The packages clustering optimisation in the logistics of the last mile freight distribution. *International Journal of Simulation and Process Modelling*. 2016. Vol. 11, № 6. P. 468. URL: <https://doi.org/10.1504/ijspm.2016.082909>.
4. Forsberg E., Nordqvist G. Heuristic clustering methods for solving vehicle routing problems. *Optimization and Systems Theory*. KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2023. URL: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1780176/FULLTEXT01.pdf>.
5. Villalba A. F. L., Rotta E. C. G. L. Clustering and heuristics algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *International Journal of Industrial Engineering Computations*. 2022. Vol. 13, № 2. P. 165–184. URL: <https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2021.12.002>.
6. Clustering algorithm for a vehicle routing problem with time windows / T. D. C. Le et al. *Transport*. 2022. Vol. 37, № 1. P. 17–27. URL: <https://doi.org/10.3846/transport.2022.16850>.
7. Perboli G., Rosano M. Parcel delivery in urban areas: Opportunities and threats for the mix of traditional and green business models. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2019. Vol. 99. P. 19–36. URL: <https://doi.org/10.1016/j.trc.2019.01.006>.
8. City logistics, urban goods distribution and last mile delivery and collection / I. Cardenas et al. *Competition and Regulation in Network Industries*. 2017. Vol. 18, № 1-2. P. 22–43. URL: <https://doi.org/10.1177/1783591717736505>.

9. Ducret R., Lemarié B., Roset A. Cluster analysis and spatial modeling for urban freight. Identifying homogeneous urban zones based on urban form and logistics characteristics. *Transportation Research Procedia*. 2016. Vol. 12. P. 301–313. URL: <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2016.02.067>.
10. Joshi N., Hameed A. Optimizing last-mile delivery operations with geospatial analytics. *Research Gate*. 2023. URL: [https://www.researchgate.net/publication/394086359\\_Optimizing\\_Last-Mile\\_Delivery\\_Operations\\_with\\_Geospatial\\_Analytics](https://www.researchgate.net/publication/394086359_Optimizing_Last-Mile_Delivery_Operations_with_Geospatial_Analytics).
11. A spatial agent-based model of e-commerce last-mile logistics towards a delivery-oriented development. G. Calabrò et al. *Transportation Research Interdisciplinary Perspectives*. 2023. Vol. 21. P. 100895. URL: <https://doi.org/10.1016/j.trip.2023.100895>.
12. Barkah A., Robert P. Emissions. *Massachusetts Institute of Technology*, 2023. URL: <https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/117610>.
13. A multi-objective distributionally robust model for sustainable last mile relief network design problem / P. Zhang et al. *Annals of Operations Research*. 2020. URL: <https://doi.org/10.1007/s10479-020-03813-3>.
14. Rahmani M. Multi-objective optimization and design of a last-mile delivery system combining drones and public transport. *University of Burgundy Franche-Comté*. 2023. URL: <https://theses.hal.science/tel-05125249v1>.
15. Sutrisno H., Yang C.-L. A two-echelon location routing problem with mobile satellites for last-mile delivery: mathematical formulation and clustering-based heuristic method. *Annals of Operations Research*. 2023. URL: <https://doi.org/10.1007/s10479-023-05177-w>.

Стаття надійшла до редакції 01.09.2025.

Стаття пройшла рецензування 02.09.2025.

**Лещенко Юлія Ярославівна** – аспірантка кафедри комп'ютерних систем управління, e-mail: ytaraniuk@gmail.com.

**Юхимчук Марія Сергіївна** – д-р техн. наук, професор кафедри комп'ютерних систем управління, e-mail: umcmasha@gmail.com.

**Дубовой Володимир Михайлович** – д-р техн. наук, професор кафедри комп'ютерних систем управління, e-mail: umcmasha@gmail.com.

Вінницький національний технічний університет.