

О. О. Шпинковський; В. О. Болтънокв, канд. техн. наук, доц.

МЕТОД АНАЛІЗУ ОСВІТНІХ ПРОГРАМ НА ОСНОВІ ГРАФОВИХ МЕТРИК У МОДЕЛІ «КОМПЕТЕНТНОСТІ – ОСВІТНІ КОМПОНЕНТИ»

У статті запропоновано формалізований підхід до аналізу структури освітньої програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю F3 «Комп'ютерні науки» з використанням апарату теорії графів. Актуальність дослідження зумовлена необхідністю переходу від суб'єктивних експертних методів побудови структурно-логічних схем до об'єктивних, кількісно обґрунтованих інструментів аудиту освітніх програм у контексті компетентнісного підходу та цифрової трансформації освіти. Метою роботи є розробка та апробація системи кількісних метрик для діагностики структурних дисбалансів освітніх програм на основі моделі двочасткового графа «компетентності – освітні компоненти». Теоретичним підґрунтям слугує рамка загальних компетентностей міжнародного проєкту Tuning, що дозволяє забезпечити узгодженість пропонованого інструментарію з європейськими стандартами вищої освіти. Формалізація здійснюється через побудову матриці інцидентності з подальшим її проєктуванням на простори компетентностей та освітніх компонентів, що уможливорює перехід від якісних описів до структурного аналізу на основі графових моделей. У межах дослідження введено та обґрунтовано комплекс метрик, що охоплює три рівні аналізу: на рівні компетентностей – інтеграційність, коефіцієнт стійкості (рівномірність формування в часі), коефіцієнт дублювання; на рівні освітніх компонентів – дидактичне навантаження та індекс критичності; на рівні програми в цілому – індекс зв'язності, дисперсія навантаження та індекс ефективності корекції. Застосування запропонованого інструментарію до даних реальної освітньої програми дозволило виявити низку системних структурних дисбалансів: ізольованість базових інструментальних компетентностей, наявність як «перевантажених», так і «нефункціональних» дисциплін, а також змістове дублювання в межах кількох освітніх компонентів. На основі отриманих кількісних показників сформульовано науково обґрунтовані рекомендації щодо корекції навчального плану, які дозволяють підвищити його структурну збалансованість, усунути дублювання та забезпечити наскрізне формування компетентностей без зміни цільової моделі. Запропонована методологія може бути використана гарантими освітніх програм для регулярного аудиту, модернізації змісту та прийняття обґрунтованих управлінських рішень у сфері вищої освіти.

Ключові слова: компетентності, освітня програма, комп'ютерні науки, двочастковий граф, матриця інцидентності, проєкція графа, метрики якості.

Вступ

Сучасна вища освіта, особливо у сфері інформаційних технологій, орієнтована на формування у студентів чітко визначених компетентностей. Компетентнісний підхід став ключовою методологічною основою для проєктування освітніх програм, що вимагає чіткого узгодження цільових результатів навчання зі змістом та структурою навчальних дисциплін. Одним з інструментів такого узгодження є структурно-логічні схеми, покликані візуалізувати послідовність формування компетентностей. Однак, як показує практика, такі схеми часто мають формальний характер і будуються на основі суб'єктивних експертних оцінок, що ускладнює об'єктивний аналіз якості програми [1, 2].

Це обумовлює потребу у відході від суто описового використання структурно-логічних схем та розробці формалізованих, кількісних методів моделювання структури освітньої програми. Використання апарату теорії графів дозволяє трансформувати якісні експертні судження в кількісні показники, придатні для порівняльного аналізу та прийняття управлінських рішень [3]. У цій роботі запропоновано підхід до аналізу бакалаврської програми з комп'ютерних наук на основі моделі двочасткового графа «компетентності – освітні компоненти», що дозволяє не лише діагностувати структурні дисбаланси, а й запропонувати науково обґрунтовані шляхи її корекції.

Традиційні підходи до побудови навчальних планів базуються на методі експертних оцінок [1, 2]. Попри поширеність, цей підхід має суттєві недоліки: високу суб'єктивність, труднощі верифікації логічної цілісності схеми та складність оперативної корекції при оновленні навчального плану. Це обмежує можливості кількісного аналізу якості програми, такого як оцінка рівномірності навчального навантаження, виявлення ізольованих компонентів або надмірного дублювання матеріалу. У сучасних умовах цифровізації освіти виникає потреба в об'єктивних інструментах аудиту, здатних трансформувати експертні судження в метрики для порівняльного аналізу [3].

Міжнародний проєкт *Tuning* запропонував рамку загальних компетентностей, класифікованих на інструментальні, міжособистісні та системні [4, 7]. Ця модель задає цільовий орієнтир, однак потребує механізму її «прив'язки» до конкретного набору дисциплін [5]. У цьому дослідженні в якості нормативної основи використовується набір із восьми загальних компетентностей *Tuning*, що дозволяє зосередитись на формалізації шляхів її реалізації.

Перспективним напрямом для формалізації є застосування методів теорії графів. Двочасткові графи дозволяють моделювати зв'язки між двома різнорідними множинами – компетентностями та освітніми компонентами [5, 6, 10]. Операція проєкції такого графа дозволяє виявити непрямі зв'язки всередині однієї множини [8 – 9]. Цей апарат відкриває можливості для об'єктивного, підкріпленого даними аналізу структури програми, дозволяючи перейти від якісних описів до кількісних матриць та інтегральних показників якості.

Таким чином, у сучасній практиці проєктування освітніх програм склалося суттєве протиріччя. З одного боку, компетентнісний підхід вимагає чіткого, обґрунтованого узгодження між цільовими результатами навчання та структурою навчального плану. З іншого боку, основними інструментами такого узгодження залишаються структурно-логічні схеми, які будуються переважно на основі суб'єктивних експертних оцінок і не дозволяють отримати об'єктивні кількісні характеристики якості програми. Існує потреба у формалізованих методах, які б давали змогу не лише візуалізувати зв'язки, але й діагностувати структурні дисбаланси, оцінювати рівномірність навантаження, виявляти дублювання чи ізольованість компетентностей [10].

У дослідженні було запропоновано графову модель формалізації структурно-логічних схем освітніх програм, що дозволяє представити зв'язки між компетентностями та освітніми компонентами у вигляді формального математичного об'єкта та здійснювати їх подальший аналіз засобами теорії графів [11]. Проте питання практичної апробації системи кількісних метрик та оцінки ефективності корекції освітньої програми потребує подальшого розвитку, що і становить предмет цієї роботи.

Метою роботи є підвищення об'єктивності аналізу та якості структурування освітніх програм першого (бакалаврського) рівня шляхом розроблення та застосування системи кількісних метрик на основі моделі двочасткового графа «компетентності – освітні компоненти». Це додасть розвитку підходу, запропонованому в [11].

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі наукові завдання:

1. Здійснити формалізацію двочасткової моделі зв'язків між цільовими компетентностями (*Tuning*) та освітніми компонентами освітньої програми, що дозволить перевести структурно-логічну схему у форму, придатну для кількісного аналізу.

2. Обґрунтувати систему кількісних метрик для різнорівневого аналізу освітньої програми, яка охоплювала б характеристики компетентностей, освітніх компонентів та програми в цілому.

3. Виявити структурні особливості та дисбаланси реальної освітньої програми на основі запропонованих метрик, що дозволить встановити типові недоліки, властиві традиційним підходам до проєктування навчальних планів.

4. Розробити критерій кількісної оцінки ефективності коригувальних впливів на освітню

програму, який дасть змогу порівнювати різні сценарії її модернізації та приймати обґрунтовані управлінські рішення.

Результати дослідження

Розділ присвячено побудові формальної математичної моделі, яка стане основою для всього подальшого аналізу. Як було зазначено, вихідними множинами є:

Множина компетентностей (вершин першого типу): $GC = \{GC_1, \dots, GC_8\}$.

Множина освітніх компонентів (вершин другого типу): $EC = \{EC_1, \dots, EC_{12}\}$.

Зв'язок між цими множинами описується бінарним відношенням: компетентність GC_i формується в рамках освітнього компонента EC_j . Це відношення природним чином задає двочастковий граф $G = (GC \cup EC, E)$, де E – множина ребер, кожне з яких сполучає вершину GC з вершиною з EC .

Для проведення обчислювального аналізу граф G зручно представляти у вигляді матриці інцидентності B розмірності 8×12 , що необхідно для аналізу графів [5, 6, 10]. Елемент матриці b_{ij} визначається наступним чином:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо компетентність } GC_i \text{ формується в } EC_j \\ 0, & \text{в іншому випадку} \end{cases} \quad (1)$$

Процес заповнення матриці B є етапом експертної оцінки, однак на відміну від традиційного підходу, де експерт одразу будує логічні зв'язки між дисциплінами або компетентностями, тут його завдання значно простіше і менш схильне до суб'єктивізму: визначення, чи ця конкретна дисципліна робить внесок у формування конкретної компетентності [1, 2]. Таким чином, матриця B є своєрідним «сирим» цифровим відбитком освітньої програми, що фіксує наявність або відсутність прямих зв'язків між її цілями (компетентностями) та інструментами їх досягнення (дисциплінами).

Застосування двочасткових графів для моделювання зв'язків між різнорідними множинами є усталеним підходом в аналітиці освітніх даних. Зокрема, закладено теоретичні основи аналізу великих графових структур, які стали базою для подальших досліджень у цій галузі [12]. Також продемонстровано ефективність двочасткових моделей для прогнозування академічної успішності на основі структури навчальних зв'язків [13]. У цьому дослідженні матриця інцидентності B (табл. 1), яку побудовано на основі аналізу навчальних планів та програм дисциплін обраної освітньої програми спеціальності $F3$ «Комп'ютерні науки», виступає первинним цифровим відбитком освітньої програми, фіксуючи прямі зв'язки між цілями та засобами їх досягнення. Її структура наочно показує, наприклад, що компетентності GC_1 та GC_2 формуються лише на початку навчання (в EC_1 та EC_2), тоді як GC_5 має найширше покриття, будучи пов'язаною з п'ятьма різними компонентами. Ця матриця слугуватиме вхідними даними для всіх наступних кроків моделювання та аналізу.

Таблиця 1

Матриця інцидентності (B) освітньої програми

	EC_1	EC_2	EC_3	EC_4	EC_5	EC_6	EC_7	EC_8	EC_9	EC_{10}	EC_{11}	EC_{12}
GC_1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GC_2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GC_3	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
GC_4	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
GC_5	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0
GC_6	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
GC_7	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
GC_8	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0

Наступним ключовим кроком є перехід від моделі прямих зв'язків «компетентність-дисципліна» до моделі опосередкованих зв'язків між самими компетентностями. Це досягається за допомогою операції проєкції двочасткового графа на

множину вершин-компетентностей. У матричній формі ця операція виконується як множення матриці інцидентності B на її транспоновану версію:

$$A = B \cdot B^T \quad (2)$$

Отримана матриця $A(B)$ розмірності 8×8 є зваженою матрицею суміжності орієнтованого графа компетентностей (табл. 2). Така операція проєкції є прийомом аналізу складних мереж [8 – 10].

Таблиця 2

Зважена індукована матриця суміжності компетентностей (A)

	GC_1	GC_2	GC_3	GC_4	GC_5	GC_6	GC_7	GC_8
GC_1	2	2	0	0	0	0	0	0
GC_2	2	2	0	0	0	0	0	0
GC_3	0	0	3	0	2	1	1	0
GC_4	0	0	0	3	3	0	0	3
GC_5	0	0	2	3	5	1	1	3
GC_6	0	0	1	0	1	3	3	0
GC_7	0	0	1	0	1	3	3	0
GC_8	0	0	0	3	3	0	0	3

Інтерпретація елементів матриці A :

– Діагональний елемент a_{ii} дорівнює кількості освітніх компонентів, в яких бере участь компетентність GC_i . Це міра «покриття» або наявності компетентності у програмі. Наприклад, $a_{55} = 5$ означає, що GC_5 формується в п'яти різних дисциплінах.

– Недіагональний елемент a_{ij} (при $i \neq j$) дорівнює кількості освітніх компонентів, які є спільними для компетентностей GC_i та GC_j . Це міра сили структурного зв'язку між компетентностями через навчальний план. Наприклад, $a_{45} = 3$ означає, що компетентності GC_4 та GC_5 спільно формуються в трьох одних і тих же дисциплінах, що вказує на їх тісну логічну або методичну взаємозалежність.

Аналіз дозволяє відразу виявити її ключові риси:

1. Ізольованість базових інструментальних компетентностей: GC_1 та GC_2 утворюють кластер, пов'язаний лише між собою $a_{12} = a_{21} = 2$ і не мають зв'язків з іншими компетентностями через спільні дисципліни. Це може свідчити про те, що аналіз проблем та критичне мислення формуються лише на ранніх етапах і не інтегруються в подальшу професійну підготовку.

2. Інтеграційна роль компетентності GC_5 : Маючи максимальне діагональне значення (5) та численні зв'язки з іншими компетентностями, GC_5 (здатність до командної роботи) виступає системоутворюючим елементом, що об'єднує різні аспекти підготовки.

3. Потенційна проблема диференціації: Ідентичні рядки для GC_4 та GC_8 вказують на те, що професійна комунікація та міжкультурна взаємодія формуються в одному й тому ж наборі дисциплін, що може не відповідати повною мірою їхній різній концептуальній сутності.

Для кількісної оцінки виявлених явищ запроваджується метрика ступеня інтеграційності компетентності I_i . Це кількісний показник, який характеризує, наскільки ця компетентність інтегрована в освітню програму через спільні освітні компоненти з іншими компетентностями:

$$I_i = \frac{\sum_{j \neq i} a_{ij}}{(n-1) \cdot a_{ii}} \quad (3)$$

де: a_{ij} – елемент матриці A (таблиця 4); a_{ii} – діагональний елемент (покриття компетентності освітніми компонентами); $n=8$ – кількість компетентностей.

Запропонована метрика інтеграційності ґрунтується на підходах до кластеризації атрибутованих графів, де вагові коефіцієнти зв'язків між вершинами відображають силу

спільних ознак [14]. Подібні підходи до кількісної оцінки зв'язків у двочасткових графах розвинуто в роботах [5, 6, 9].

Змістовно метрика відображає:

1. Системність формування. Цей відносний показник пояснює, скільки спільних дисциплін припадає в середньому на одну дисципліну, що формує цю компетентність. Високе значення I_i свідчить про те, що компетентність формується не ізольовано, а у взаємозв'язку з іншими компетентностями, що відповідає принципам інтегрованого навчання. Тобто великий показник (як у GC_4 , GC_5 , GC_8) свідчить про глибоку інтеграцію компетентності в програму, тоді як низький (у GC_1 , GC_2) – про її ізольованість (таблиця 5).

2. Міждисциплінарні зв'язки – показник демонструє, через скільки спільних дисциплін (освітніх компонентів) ця компетентність пов'язана з іншими, що вказує на ступінь її включеності в загальну структуру програми.

3. Рівномірність розподілу – низька інтеграційність може свідчити про надмірну концентрацію формування компетентності в обмеженому наборі дисциплін, тоді як висока – про її рівномірне формування протягом усього навчання.

Практична важливість цього показника полягає в тому, що він дозволяє:

– Виявляти "вузькі місця" освітньої програми, де певні компетентності формуються надто ізольовано.

– Обґрунтувати необхідність корекції навчального плану для покращення інтеграції компетентностей.

– Забезпечити системність формування професійних якостей випускників.

– Оптимізувати розподіл навантаження між дисциплінами.

Ступінь інтеграційності є ключовим інструментом для забезпечення цілісності та системності освітньої програми в контексті компетентнісного підходу.

Приклад розрахунку ступеня інтеграційності для GC_5 з таблиці 3:

$a_{55}=5$ (діагональ). Сума зв'язків з іншими: $0+0+2+3+1+1+3=10$

$$I_5 = \frac{10}{(8-1) \cdot 5} = \frac{10}{35} \approx 0,286 \quad (4)$$

Таблиця 3

Інтеграційність компетентностей освітньої програми

Компетентність	$\sum_{j \neq i} a_{ij}$	a_{ii}	I_i	Інтерпретація
GC_1	2	2	0,143	Низька інтеграційність
GC_2	2	2	0,143	Низька інтеграційність
GC_3	4	3	0,190	Середня інтеграційність
GC_4	6	3	0,286	Висока інтеграційність
GC_5	10	5	0,286	Висока інтеграційність
GC_6	5	3	0,238	Середня інтеграційність
GC_7	5	3	0,238	Середня інтеграційність
GC_8	6	3	0,286	Висока інтеграційність

Розподіл значень I_i (табл. 3) дає змогу здійснити класифікацію компетентностей за рівнем їх інтеграції в освітню програму, спираючись на евристичні принципи, такі як правила Парето (20–60–20) [15]. У практиці моделювання навчальної успішності та освітньої аналітики широко застосовується відсоткове групування показників, зокрема поділ на три зони: високого, середнього та низького внеску. Відповідно до цього підходу, близько 20 % елементів формують ядро системи, 60 % забезпечують її основну функціональність, а решта 20 % мають допоміжний або периферійний характер. На основі кількісного аналізу обчислених значень I_i та їх відносного порівняння між компетентностями в межах

конкретної освітньої програми доцільно запропонувати такі межі для поділу на категорії:

- 20 % з найнижчими значеннями – низька інтеграційність;
- 60 % з проміжними значеннями – середня інтеграційність;
- 20 % з найвищими значеннями – висока інтеграційність.

Тобто для зразка програми, що опрацьовується у цій роботі (табл. 3):

- GC_1 та GC_2 мають значно нижчі значення (0,143) порівняно з середнім ($\approx 0,24$);
- GC_3 , GC_6 , GC_7 знаходяться близько до середнього значення;
- GC_4 , GC_5 , GC_8 значно перевищують середнє значення.

Такий підхід об'єктивує процес аналізу, дозволяючи чітко ідентифікувати фрагменти програми, які потребують уваги методистів, що відповідає сучасним вимогам до проектування освітніх програм [1, 2]. Для наведеного прикладу, це необхідність кращої інтеграції базових інструментальних компетентностей у навчання старших курсів.

Аналіз балансу навантаження на освітні компоненти на основі матриці B .

Показник навантаження L_j для компонента EC_j є простим, але інформативним інструментом первинного аналізу, що розвиває підхід, запропонований у [11]. Він відповідає на питання: «Скільки різних цільових компетентностей формально покриває дана дисципліна?». Він не є оцінкою трудомісткості в годинах, а являє собою метрику «дидактичної відповідальності» компонента в межах заданої компетентнісної моделі. Формула навантаження освітнього компонента має вигляд:

$$L_j = \sum_{i=1}^8 b_{ij}, \quad (5)$$

де L_j – кількість компетентностей, що формуються в межах освітнього компонента EC_j , b_{ij} – елемент матриці інцидентності B .

На рис. 1 наведено гістограму розподілу навантаження між освітніми компонентами.

Розподіл значень L_j для аналізованої програми демонструє яскраво виражену неоднорідність. Усі компоненти можна чітко поділити на три групи:

1. Навантажені «хаби» ($L \geq 3$): EC_3 ($L=4$), EC_5 , EC_6 , EC_{10} ($L=3$).

Ці дисципліни несуть основну відповідальність за формування одразу кількох ключових компетентностей. Наприклад, EC_3 формує чотири компетентності (GC_3 , GC_5 , GC_6 , GC_7) і є основним драйвером для цілого кластера системно-проектних компетентностей. Хоча це свідчить про її важливість, надмірна концентрація створює ризик неефективного формування через «розпилення» дидактичних зусиль та перевантаження викладача завданнями, що виходять за рамки предметної області. Така надмірна концентрація компетентностей в окремих дисциплінах узгоджується з проблематикою «довгого хвоста» (*long-tail*) у графових моделях, що характерно для систем із нерівномірним розподілом навантаження [16].

2. Компоненти середнього навантаження ($L=2$): EC_1 , EC_2 , EC_7 , EC_8 , EC_{11} . Цей діапазон збігається із середнім значенням по програмі ($L=2$) і може вважатися оптимальним для балансу між комплексністю викладання та чіткістю дидактичної мети. Такі компоненти формують обмежене коло компетентностей, що дозволяє зосередитися на якості їх засвоєння.

3. Проблемні компоненти з низьким навантаженням ($L \leq 1$): EC_4 ($L=1$), EC_9 ($L=0$), EC_{12} ($L=0$). Особливо критичною є ситуація з EC_9 та EC_{12} , які не формують жодної з восьми цільових компетентностей. У межах прийнятої матриці B ці вибірккові компоненти не роблять жодного формального внеску у досягнення цільових результатів навчання. Таке положення ставить під сумнів їхню необхідність в освітній програмі або вказує на невідповідність їхнього змісту декларованим цілям.

Аналіз розподілу навантаження виявив суттєву диспропорцію між освітніми компонентами:

1. Компоненти з максимальним навантаженням:

EC_3 ($L=4$) – формує чотири компетентності (GC_3 , GC_5 , GC_6 , GC_7)

EC_5, EC_6, EC_{10} ($L=3$) – формують по три компетентності

2. Компоненти з мінімальним навантаженням:

EC_9 та EC_{12} ($L=0$) – не формують жодної компетентності

EC_4 ($L=1$) – формує лише одну компетентність.

3. Середнє навантаження:

$$\bar{L} = \frac{\sum_{j=1}^{12} L_j}{12} = \frac{24}{12} = 2 \quad (6)$$

Середнє навантаження $L=2$ є важливим орієнтиром для оцінки збалансованості програми. П'ять компонентів ($EC_1, EC_2, EC_7, EC_8, EC_{11}$) мають навантаження, що дорівнює середньому значенню. Водночас сім компонентів суттєво відхиляються від середнього показника: чотири у бік перевантаження ($EC_3, EC_5, EC_6, EC_{10}$) та три у бік недовантаження (EC_4, EC_9, EC_{12}). Це підтверджує висновок про структурний дисбаланс, який потребує корекції для підвищення ефективності використання освітніх ресурсів.

Лише половина компонентів мають навантаження, близьке до середнього значення. На підставі вищенаведених розрахунків можна зауважити:

1. Критично низьке навантаження EC_9 та EC_{12} свідчить про їхню нефункціональність у контексті компетентнісної моделі. Рекомендується:

1.1. Додати зв'язки з відповідними компетентностями

1.2. Або виключити ці компоненти з програми

2. Надмірне навантаження EC_3 може призводити до:

2.1. Перевантаження викладача

2.2. Неякісного формування компетентностей через розпилення уваги. Можливо доречно розподілити частину компетентностей на інші компоненти.

3. Оптимальний баланс у наведеному прикладі досягається за $L_j \approx 2 - 3$, що забезпечує:

3.1. Комплексне формування компетентностей;

3.2. Рівномірне навантаження на викладачів;

3.3. Логічну послідовність навчання.

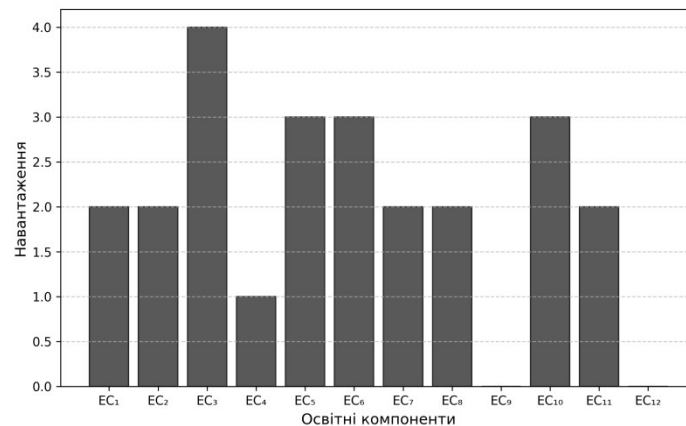


Рис. 1. Гістограма навантаження на освітні компоненти

Для кількісної оцінки рівномірності розподілу навантаження між освітніми компонентами доцільно також використовувати дисперсію навантаження P , що є стандартною метрикою для оцінки нерівномірності розподілу в складних системах [10]. Дисперсія показує, наскільки сильно значення навантаження окремих компонентів відхиляються від середнього. Чим менша дисперсія, тим більш збалансованою є програма з точки зору розподілу дидактичного навантаження. Для аналізованої програми дисперсія навантаження становить $P = 2,17$ що підтверджує висновок про суттєвий дисбаланс (наявність як перевантажених, так і нульових компонентів). Надалі зміна дисперсії ΔP використовуватиметься як один із критеріїв ефективності корекції програми.

Попередній розділ був присвячений аналізу структури програми з точки зору цільових компетентностей. Однак, для повноти аналізу та практичного управління навчальним процесом необхідно розглянути програму і з іншого боку – з точки зору взаємозв'язків між самими освітніми компонентами (дисциплінами). Це дозволить виявити логічні зв'язки між дисциплінами, що є критично важливим для планування розкладу та узгодження змісту курсів.

Матриця проєкції на простір освітніх компонентів визначається як:

$$A_1 = B^T \cdot B \quad (7)$$

де $B = [b_{kj}]_{8 \times 12}$ – матриця інцидентності, $b_{kj}=1$, якщо компетентність k формується в компоненті j , інакше 0. Елемент a_{ij} матриці A_1 розмірності 12×12 обчислюється за формулою:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^8 b_{ki} \cdot b_{kj} \quad (8)$$

де $i, j=1, \dots, 12$ – індекси освітніх компонентів, $k=1, \dots, 8$ – індекс компетентності. Значення a_{ij} визначає кількість спільних компетентностей між компонентами EC_i та EC_j .

Таблиця 4

Зважена індуквана матриця суміжності освітніх компонентів A_1

	EC_1	EC_2	EC_3	EC_4	EC_5	EC_6	EC_7	EC_8	EC_9	EC_{10}	EC_{11}	EC_{12}
EC_1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EC_2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EC_3	0	0	3	1	1	1	2	2	0	1	2	0
EC_4	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
EC_5	0	0	1	0	3	3	0	1	0	3	0	0
EC_6	0	0	1	0	3	3	0	1	0	3	0	0
EC_7	0	0	2	0	0	0	2	1	0	0	2	0
EC_8	0	0	2	1	1	1	1	2	0	1	1	0
EC_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EC_{10}	0	0	1	0	3	3	0	1	0	3	0	0
EC_{11}	0	0	2	0	0	0	2	1	0	0	2	0
EC_{12}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Примітки до таблиці 4:

1. Діагональні елементи a_{ii} – кількість компетентностей, що формуються в компоненті EC_i . Тобто, елемент a_{ii} збігається з навантаженням компонента L_i , що ще раз підтверджує його значення.

2. Недіагональні елементи a_{ij} ($i \neq j$) дорівнюють кількості компетентностей, які одночасно формуються в обох компонентах EC_i та EC_j . Це міра смислової та логічної близькості двох дисциплін з точки зору результатів навчання. Високе значення a_{ij} прямо вказує на те, що ці компоненти повинні бути узгоджені за змістом, а їх викладання – скоординоване в часі.

3. Нульові рядки (EC_9 , EC_{12}) вказують на компоненти, які не формують жодної з цільових компетентностей.

Аналіз матриці A_1 та корекція навчального плану.

1. Виявлення ізольованих компонентів (критично важливо):

EC_9 (рядок 9) та EC_{12} (рядок 12) – повністю нульові.

Висновок: Ці компоненти не формують жодної з 8 цільових компетентностей. Потрібна негайна корекція: або додати зв'язки з компетентностями, або виключити з програми.

2. Виявлення дублікатів/надмірно близьких компонентів:

EC_5 , EC_6 , EC_{10} мають ідентичні рядки (крім діагоналі).

Висновок: Ці три компоненти формують однакові набори компетентностей (GC_4 , GC_5 , GC_8). Можливо, їх можна об'єднати або диференціювати.

3. Аналіз сили зв'язків між компонентами:

EC_3 та EC_7 : $a_{37}=2$ (сильний зв'язок) \rightarrow мають дві спільні компетентності (GC_6, GC_7).

EC_3 та EC_8 : $a_{38}=2$, сильний зв'язок (GC_3, GC_5).

Висновок: Ці компоненти мають бути близькими в часі викладання.

4. Визначення "хабів" (найбільш інтегрованих компонентів):

- $EC_5/EC_6/EC_{10}$: діагональ = 3, сильні зв'язки між собою \rightarrow "хаби" освітньої програми;
- EC_3 : діагональ = 3, зв'язки з EC_7, EC_8, EC_{11} \rightarrow інтеграційний компонент.

5. Структура кластерів (групування компонентів):

- Кластер 1: EC_1, EC_2 (загальні дисципліни, тільки GC_1, GC_2).
- Кластер 2: EC_5, EC_6, EC_{10} (професійні дисципліни з GC_4, GC_5, GC_8).
- Кластер 3: $EC_3, EC_7, EC_8, EC_{11}$ (системно-проектні дисципліни).
- Кластер 4: EC_4 (дискретна математика, ізольована).
- Ізольовані: EC_9, EC_{12} (проблемні).

Виявлена кластеризація освітніх компонентів дозволяє застосовувати методи аналізу соціальних мереж для оцінки структурної цілісності навчального плану та виявлення груп дисциплін, що формують спільні компетентності [17].

Таблиця 5

Рекомендації щодо корекції освітньої програми на основі A_1 :

Компоненти	Проблема (з A_1)	Рекомендація
EC_9, EC_{12}	Нульові рядки	Додати зв'язки з GC_1-GC_3 або виключити
EC_5, EC_6, EC_{10}	Ідентичні зв'язки	Диференціювати чи об'єднати
EC_4	Слабкі зв'язки (лише з EC_3)	Додати зв'язки з іншими компонентами
EC_3, EC_7, EC_8	Сильні взаємозв'язки	Зберегти послідовність викладання

Висновок: Матриця A_1 дає об'єктивну основу для оптимізації навчального плану, виявляючи:

1. Проблемні (ізольовані) компоненти.
2. Дублюючі компоненти.
3. Оптимальну послідовність викладання.
4. Баланс навантаження між компонентами.

Це дозволяє коригувати освітню програму без зміни цільових компетентностей, що є ключовою перевагою запропонованого підходу.

Таким чином, аналіз балансу навантаження та проєкції на простір компонентів не лише підтверджує попередні висновки, але й значно їх деталізує, переносячи фокус з цілей навчання на інструменти їх досягнення. Запропонований підхід дозволяє перевести суб'єктивні міркування про "логічність послідовності" та "узгодженість дисциплін" в площину об'єктивних кількісних показників. На підставі цих показників формується чіткий перелік дій (Табл. 5), спрямованих на усунення виявлених дисбалансів: від ліквідації нефункціональних елементів і диференціації дублікатів до оптимізації часового розкладу. Ключовою перевагою є те, що вся корекція проводиться шляхом маніпуляцій з матрицею B (тобто перерозподілом зв'язків між дисциплінами та компетентностями), не зачіпаючи апріорну цільову компетентнісну модель, що забезпечує стабільність і відповідність програми зовнішнім стандартам.

Попередні розділи заклали основу формалізованого аналізу освітньої програми через моделювання її у вигляді двочасткового графа «компетентності – освітні компоненти» відповідно до підходу, запропонованого в [11]. Було введено та розраховано базові метрики: інтеграційність компетентностей (I_i), навантаження освітніх компонентів (L_j), а також проведено аналіз проєкцій графа, які виявили структурні кластери, ізольовані елементи та дисбаланси. Однак ці показники фіксують статичний стан програми. Для поглибленого

аудиту, особливо в контексті її динамічного коригування та інтеграції з даними про успішність студентів, необхідне розширення системи метрик. Подальше викладення присвячено впровадженню додаткових кількісних характеристик, які дозволяють оцінити стійкість формування компетентностей у часі, критичність окремих дисциплін, рівень дублювання, загальну зв'язність програми та ефективність її корекції.

Коефіцієнт стійкості компетентності.

Інтеграційність компетентності показує, наскільки вона пов'язана з іншими через спільні дисципліни. Проте вона не враховує часового розподілу її формування. Для оцінки рівномірності розвитку компетентності протягом усього періоду навчання вводиться коефіцієнт стійкості R_i . Він базується на статистичному аналізі семестрових індексів освітніх компонентів, у яких формується дана компетентність. Також в основі коефіцієнта є те, що він базується на методах нормалізації довжин шляхів у графових моделях, що дозволяє коректно порівнювати розподіл компетентностей між семестрами незалежно від тривалості навчання [18].

Нехай для компетентності GC_i визначено множину семестрів

$$S_i = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}, \quad (9)$$

де $k = a_{ii}$ – кількість освітніх компонентів, що її формують, а s_j – номер семестру викладання j -го компонента. Тоді коефіцієнт стійкості розраховується як обернена величина до коефіцієнта варіації:

$$R_i = 1 - \frac{\sigma(S_i)}{\mu(S_i)}, \quad (10)$$

де $\mu(S_i)$ – середнє арифметичне семестрів, $\sigma(S_i)$ – стандартне відхилення. Чим вище значення R_i (наближається до 1), тим рівномірніше компетентність розподілена за часом. Низьке значення свідчить про її формування у вузькому часовому інтервалі, що може створювати ризик «стрибоподібного» засвоєння без наступного підкріплення.

Приклад розрахунку для GC_3 :

Компетентність GC_3 формується в компонентах EC_3 (3 – 4 семестр, приймаємо 3,5), EC_4 (3 семестр) та EC_8 (5 семестр). Отже, $S_3 = \{3; 3,5; 5\}$. Тоді $\mu = 3,83$ $\sigma \approx 0,94$, звідки:

$$R_3 = 1 - 0,94/3,83 \approx 1 - 0,245 = 0,755.$$

Значення $R_3 = 0,755$ свідчить про відносно високу стійкість: компетентність формується помірно, охоплюючи різні етапи навчання. Для порівняння, GC_1 та GC_2 , які формуються лише в перших двох семестрах ($S = \{1; 2\}$), матимуть $\mu = 1,5$ $\sigma = 0,5$, і $R \approx 0,667$, що є нижчим показником і вказує на передчасне припинення їх розвитку.

Індекс критичності освітнього компонента (C_j).

Навантаження L_j показує, скільки компетентностей формує дисципліна. Однак воно не відображає, наскільки цей внесок є унікальним або системоутворюючим. Індекс критичності C_j оцінює частку загальних зв'язків у програмі, яка припадає на даний компонент, що є поширеним підходом для виявлення ключових вершин у двочасткових графах. і визначається як [5, 6]:

$$C_j = \frac{L_j}{\sum_{i=1}^m L_i} = \frac{L_j}{T}, \quad (11)$$

де L_j – навантаження j -го компонента, T – загальна кількість зв'язків у матриці інцидентності B (сума всіх b_{ij}). Для аналізованої програми $T = 28$. Тоді для EC_3 з $L_3 = 4$ маємо: $C_3 = 4/28 \approx 0,143$.

Це означає, що EC_3 забезпечує понад 14 % усіх дидактичних зв'язків програми, що робить його критичним елементом. Його вилучення або суттєва зміна змісту призведе до втрати значної частини цільових результатів. На противагу, для EC_9 та EC_{12} $C_j = 0$, що підтверджує їхню нефункціональність у межах прийнятої компетентнісної моделі.

Коефіцієнт дублювання компетентності (D_i).

Надмірна кількість дисциплін, що формують одну й ту саму компетентність, може

свідчити не про її важливість, а про нераціональне дублювання навчального матеріалу та «розпилення» уваги студентів. Коефіцієнт дублювання D_i порівнює фактичну кількість компонентів, що формують компетентність, із максимальним навантаженням на один компонент у програмі, що дозволяє виявляти надмірне дублювання, яке є характерною проблемою складних систем [10, 16]:

$$D_i = \frac{a_{ii}}{L_{max}}, \quad (12)$$

де a_{ii} – діагональний елемент матриці A (кількість компонентів для GC_i), L_{max} – максимальне значення навантаження серед усіх EC (у наведеному випадку $L_{max} = 4$ для EC_3). Для GC_5 ($a_{55} = 5$):

$$D_5 = \frac{5}{4} = 1,25, \quad (13)$$

Значення $D_i > 1$ вказує на надмірне дублювання. GC_5 формується в п'яти дисциплінах, що перевищує максимальну «пропускну здатність» однієї дисципліни, створюючи ризик повторення тем. Для GC_1 та GC_2 ($a = 2$) $D_i = 0,5$ що свідчить про недостатнє покриття.

Індекс зв'язності освітньої програми.

Попередні показники надавали характеристику окремим компетентностям або дисциплінам. Для оцінки освітньої програми як цілісної системи необхідний інтегральний показник, який відображає, наскільки всі компетентності пов'язані між собою. Таким показником є індекс зв'язності програми K , який визначається як частка наявних зв'язків між компетентностями від максимально можливої їх кількості. Запропонований індекс зв'язності K базується на фундаментальних законах масштабування графових структур [8, 10, 12].

Обґрунтування показника.

У розглянутій моделі освітня програма містить вісім компетентностей. Кожна компетентність може бути пов'язана з іншою, якщо вони формуються хоча б в одному спільному освітньому компоненті. Зв'язки між компетентностями є неорієнтованими, оскільки наявність спільної дисципліни для компетентностей GC_i та GC_j автоматично означає такий самий зв'язок для GC_j та GC_i .

Загальна кількість можливих унікальних пар між вісьмома компетентностями обчислюється за формулою сполук: $n(n-1)/2 = (8 \times 7)/2 = 28$, де $n = 8$ – кількість компетентностей. Число 28 є максимально можливою кількістю зв'язків, яка могла б існувати в програмі за умови, що кожна пара компетентностей має хоча б одну спільну дисципліну.

Методика розрахунку.

Індекс зв'язності K обчислюється як відношення кількості пар компетентностей, які мають спільні освітні компоненти, до загальної кількості можливих пар:

Для визначення чисельника використовується матриця суміжності компетентностей A (табл. 4). Аналізу підлягають лише недіагональні елементи матриці, при цьому кожна пара компетентностей враховується один раз. Якщо елемент a_{ij} (де $i < j$) є більшим за нуль, це свідчить про наявність зв'язку між відповідними компетентностями.

Розрахунок для аналізованої програми.

Аналіз матриці A (табл. 4) показав, що з 28 можливих пар компетентностей 20 пар мають ненульові зв'язки. Відповідно:

$$K = \frac{20}{28} \approx 0,714. \quad (14)$$

Отримане значення свідчить про високий рівень зв'язності освітньої програми, що узгоджується з критеріями структурної цілісності, описаними в [9, 11]. Більшість компетентностей інтегровані в єдину мережу через спільні дисципліни, що відповідає вимогам системного формування компетентностей.

Інтерпретація результатів:

Показник $K = 0,714$ дозволяє зробити такі висновки:

Загальна цілісність програми є достатньо високою. Понад 70% потенційних міжкомпетентнісних зв'язків реалізовано в навчальному плані, що забезпечує комплексний підхід до підготовки фахівців.

Виявлення структурних прогалів. Нереалізованими залишилися вісім пар компетентностей. Аналіз показує, що зокрема компетентності GC_1 та GC_2 (інструментальні компетентності) мають зв'язки лише між собою та не інтегровані з іншими компетентностями програми. Це вказує на їх ізольоване формування на початкових етапах навчання без подальшого розвитку.

Практичне значення.

Індекс зв'язності слугує інструментом для:

- Оцінки системності програми. Значення K нижче 0,5 свідчило б про фрагментарність програми, де компетентності формуються ізольовано.
- Порівняльного аналізу. Показник дозволяє порівнювати різні освітні програми за ступенем інтегрованості компетентностей.
- Моніторингу змін. Під час корекції навчального плану зростання K підтверджує покращення цілісності програми.

Таким чином, індекс зв'язності K є інтегральною характеристикою, яка доповнює локальні метрики (інтеграційність компетентностей, навантаження дисциплін) і дозволяє оцінити освітню програму як єдину систему. Для досліджуваної програми значення $K = 0,714$ свідчить про покращену структурну організацію, однак виявлена ізольованість базових інструментальних компетентностей потребує уваги під час подальшого вдосконалення навчального плану.

Індекс ефективності корекції.

Для оцінки результативності внесених до програми змін пропонується інтегральний індекс ефективності корекції E , що розвиває підходи до аудиту освітніх програм [1, 2] та ґрунтується на раніше запропонованій графовій моделі [11]. Він узагальнює зміну ключових метрик після модифікації матриці B (додавання/видалення зв'язків). Як було встановлено раніше, дисперсія навантаження P є мірою збалансованості програми. Якщо після корекції зафіксовано зміну середньої інтеграційності ΔI , зміну індексу зв'язності ΔK та зміну дисперсії навантаження ΔP (яка має зменшуватись за покращення балансу), то індекс ефективності для N внесених змін може мати вигляд:

$$E = \frac{\Delta I + \Delta K - \Delta P}{N} \quad (15)$$

Інтеграція даних про успішність студентів у запропоновану метрику дозволяє розширити підходи до прогнозування академічної успішності [13].

Приклад: Після додавання зв'язків $EC_9 \rightarrow GC_3$ та $EC_{12} \rightarrow GC_1$ (дві зміни) отримано: $\Delta I = +0,04$; $\Delta K = +0,07$; $\Delta P = -0,02$ (дисперсія зменшилась). Тоді:

$$E = \frac{0,04 + 0,07 - (-0,02)}{2} = \frac{0,13}{2} = 0,065 \quad (16)$$

Додатне значення E свідчить про позитивний ефект корекції. Запропонована формула є гнучкою і може бути доповнена іншими метриками (наприклад, зміною середнього бала успішності ΔG , якщо дані доступні). Цей індекс дозволяє гаранту освітньої програми приймати обґрунтовані рішення, порівнюючи різні сценарії змін, що підвищує об'єктивність управлінських рішень у сфері вищої освіти [1, 3].

Запропонована система розширених метрик дозволяє перейти від констатації структурних особливостей освітньої програми до її динамічного аудиту та науково обґрунтованої оптимізації:

1. Коефіцієнт стійкості (R_i) оцінює рівномірність формування компетентності в часі, виявляючи ризики «раннього закриття» або «штучних стрибків».
2. Індекс критичності (C_j) визначає «опорні» дисципліни, зміна яких матиме найбільший вплив на програму.

3. Коефіцієнт дублювання (D_i) сигналізує про неефективне повторення змісту.
4. Індекс зв'язності (K) є інтегральним показником цілісності програми.
5. Індекс ефективності корекції (E) дозволяє кількісно оцінити наслідки змін і обрати оптимальну стратегію модернізації.

Разом із базовими метриками (інтеграційність, навантаження, проєкції), описаними в розділах 3 – 5, цей інструментарій утворює цілісну методологію формалізованого проєктування та аудиту освітніх програм, орієнтованих на компетентнісний підхід.

Висновки

У статті вирішено актуальне наукове завдання – підвищення об'єктивності аналізу та якості структурування освітніх програм першого (бакалаврського) рівня на основі формалізованої системи кількісних метрик.

1. Формалізовано двочасткову модель «компетентності – освітні компоненти» у вигляді матриці інцидентності, що дозволяє перевести структурно-логічну схему у форму, придатну для кількісного аналізу.

2. Обґрунтовано систему кількісних метрик трьох рівнів: компетентностей (інтеграційність, стійкість, дублювання), освітніх компонентів (навантаження, критичність) та програми в цілому (зв'язність, дисперсія навантаження, ефективність корекції).

3. Виявлено структурні дисбаланси реальної освітньої програми: ізолюваність базових інструментальних компетентностей, наявність перевантажених та нефункціональних дисциплін, змістове дублювання освітніх компонентів.

4. Сформульовано науково обґрунтовані рекомендації з корекції навчального плану. Запропонований індекс ефективності корекції дозволяє кількісно оцінювати результативність змін та обирати оптимальну стратегію модернізації без зміни цільової компетентнісної моделі.

Отримані результати можуть бути використані гарантими освітніх програм для регулярного аудиту, модернізації змісту та прийняття обґрунтованих управлінських рішень у сфері вищої освіти.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Климова Г. В. Методичні рекомендації щодо розробки освітніх програм. Харків : Нац. юрид. ун-т ім. Ярослава Мудрого, 2021. <https://nlu.edu.ua/wp-content/uploads/2021/04/metodychnirekomendacziyi-po-rozrobcezi-opp.pdf> (дата звернення: 03.03.2026).
2. Шпинковський О. О. Роль освітніх програм у формуванні компетентностей здобувачів вищої освіти. *Молодіжна наука: інновації та глобальні виклики : зб. тез доп. Міжнар. наук.-практ. конф.* (м. Полтава, 06 листоп. 2024 р.). Полтава : НУПП ім. Юрія Кондратюка, 2024. С. 784–785.
3. Шпинковський О. О. Структурно-логічне представлення освітніх програм. *Механізми забезпечення сталого розвитку економіки: проблеми, перспективи, міжнародний досвід : матеріали V Міжнар. наук.-практ. конф.* (01 листоп. 2024 р.). Харків : Держ. біотехнолог. ун-т, 2024. С. 439–441. <http://btu.kharkov.ua/nauka/konferentsiyi/> (дата звернення: 03.03.2026).
4. González J., Wagenaar R. (eds.). *Tuning Educational Structures in Europe: Consolidated Reference Standards and Guidelines*. Bilbao: International Tuning Academy, 2016. 411 p. ISBN 978-84-608-8944-6. URL: <https://www.unideusto.org/tuningeu/images/stories/Publications/Tuning%20Educational%20Structures%20in%20Europe.pdf>.
5. Yang R., Shi J. Efficient high-quality clustering for large bipartite graphs. *Proceedings of the ACM on Management of Data (SIGMOD)*. 2024. Volume 2, Issue 1, Article №23. P. 1–27. DOI: <https://doi.org/10.1145/3639278>.
6. Wang H., Wang K., Zhang W. Bipartite graph analytics: Current techniques and future trends. *IEEE Transactions on Data Engineering*. 2024. <https://ieeexplore.ieee.org/document/10597932> (дата звернення: 03.03.2026).
7. Wagenaar R. et al. *Revised Tuning Educational Structures in Europe: Frameworks, Competences and Implementation Reports 2015–2020*. Bilbao: International Tuning Academy, 2020. URL: <https://www.tuningacademy.org/wp-content/uploads/2020/10/Tuning-CALOHEE-Frameworks-Report.pdf>.
8. Barabási A.-L., Pósfai M. *Network Science*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2020. 474 p. DOI: <https://doi.org/10.1017/9781108568231>.
9. Borgatti S. P., Everett M. G., Johnson J. C. *Analyzing Social Networks*. 2nd ed. Los Angeles: SAGE Publications, 2018. 364 p. ISBN 978-1-5264-1005-7. URL: <https://us.sagepub.com/en-us/nam/analyzing-social-networks/book258408>.

10. Newman M. E. J. *Networks: An Introduction*. 2nd ed. Oxford: Oxford University Press, 2018. 784 p. DOI: <https://doi.org/10.1093/oso/9780198805090.001.0001>.
11. Shpinkovsky O. O., Boltentkov V. O. Графова модель формалізації структурно-логічних схем освітніх програм. *Informatics and Mathematical Methods in Simulation*. 2026. Vol. 16, №1. P. 204–209. DOI: <https://doi.org/10.15276/imms.v16.no1.204>.
12. Chakrabarti, D., Faloutsos, C. Graph mining: laws, generators, and algorithms. *ACM Computing Surveys*. 2006. Volume 38, Issue 1. P. 2. <https://doi.org/10.1145/1132952.1132954>.
13. Student performance prediction approach based on educational data mining / Z. Chen et al. *IEEE Access*. 2023. Vol. 11. P. 131260 – 131272. <https://ieeexplore.ieee.org/document/10327720/>.
14. Clustering attributed graphs: Models, measures and methods / C. Bothorel et al. *Network Science*. 2015. Vol. 3, №3. P. 408–444. DOI: <https://doi.org/10.1017/nws.2015.9>.
15. Koch R. The 80/20 principle and management. *Management Decision*. 2014. Vol. 52, №6. P. 1200–1212.
16. Meta graph learning for long-tail recommendation / C. Wei et al. *Proceedings of the ACM SIGKDD Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. 2023. DOI: <https://doi.org/10.1145/3580305.3599428>.
17. West G. D. Using social network analysis to measure and visualize student clustering within middle and high schools : PhD thesis. University of South Florida. Tampa, 2023. <https://digitalcommons.usf.edu/etd/10100>.
18. Nagy M. Classification problems in network science and higher education: PhD thesis. Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola. 2023. <http://hdl.handle.net/10890/52020>.

Стаття надійшла до редакції 04.03.2026.

Стаття пройшла рецензування 22.03.2026.

Шпинковський Олександр Олександрович – аспірант кафедри інформаційних систем, e-mail: alexandr.szpinkowski@gmail.com.

Болтєнков Віктор Олексійович – канд. техн. наук, доцент кафедри інформаційних систем.

Національний університет "Одеська політехніка".